

1. На сторонах треугольника ABC во внешнюю сторону построены правильные треугольники ABC_1 , BCA_1 , CAB_1 . На отрезке A_1B_1 во внешнюю сторону треугольника $A_1B_1C_1$ построен правильный треугольник $A_1B_1C_2$. Докажите, что C — середина отрезка C_1C_2 .

2. На двух противоположных сторонах выпуклого четырёхугольника как на гипотенузах построены во внутреннюю сторону два равнобедренных прямоугольных треугольника. Оказалось, что они имеют общую вершину. Докажите, что если аналогичные треугольники построить на двух других сторонах, то и они будут иметь общую вершину.

3. На сторонах произвольного треугольника ABC вне его построены равнобедренные треугольники $A'BC$, $AB'C$ и ABC' с вершинами A' , B' и C' и углами α , β и γ при этих вершинах, причём $\alpha + \beta + \gamma = 2\pi$. Найдите углы треугольника $A'B'C'$.

4. На сторонах четырёхугольника построены квадраты. Докажите, что их центры образуют четырёхугольник, диагонали которого равны и перпендикулярны.

5. Дан треугольник ABC , в котором $AB < AC$. Пусть D — точка пересечения биссектрисы угла BAC с описанной окружностью треугольника ABC . Пусть Z — точка пересечения серединного перпендикуляра к AC с внешней биссектрисой угла BAC . Докажите, что середина отрезка AB лежит на описанной окружности треугольника ADZ .

6. Две окружности пересекаются в точках A и B . Через точку A проведена прямая, вторично пересекающая первую окружность в точке C , а вторую — в точке D (A лежит на отрезке CD). Пусть M и N — середины дуг BC и BD , не содержащих точку A , а K — середина отрезка CD . Докажите, что точки M , K , A , N лежат на одной окружности.

7. Во вписанном четырёхугольнике $ABCD$ на сторонах AB и BC отложены отрезки AK и CL , равные CD и AD соответственно. M — середина KL . Докажите, что $\angle AMC = 90^\circ$.

1. На сторонах треугольника ABC во внешнюю сторону построены правильные треугольники ABC_1 , BCA_1 , CAB_1 . На отрезке A_1B_1 во внешнюю сторону треугольника $A_1B_1C_1$ построен правильный треугольник $A_1B_1C_2$. Докажите, что C — середина отрезка C_1C_2 .

2. На двух противоположных сторонах выпуклого четырёхугольника как на гипотенузах построены во внутреннюю сторону два равнобедренных прямоугольных треугольника. Оказалось, что они имеют общую вершину. Докажите, что если аналогичные треугольники построить на двух других сторонах, то и они будут иметь общую вершину.

3. На сторонах произвольного треугольника ABC вне его построены равнобедренные треугольники $A'BC$, $AB'C$ и ABC' с вершинами A' , B' и C' и углами α , β и γ при этих вершинах, причём $\alpha + \beta + \gamma = 2\pi$. Найдите углы треугольника $A'B'C'$.

4. На сторонах четырёхугольника построены квадраты. Докажите, что их центры образуют четырёхугольник, диагонали которого равны и перпендикулярны.

5. Дан треугольник ABC , в котором $AB < AC$. Пусть D — точка пересечения биссектрисы угла BAC с описанной окружностью треугольника ABC . Пусть Z — точка пересечения серединного перпендикуляра к AC с внешней биссектрисой угла BAC . Докажите, что середина отрезка AB лежит на описанной окружности треугольника ADZ .

6. Две окружности пересекаются в точках A и B . Через точку A проведена прямая, вторично пересекающая первую окружность в точке C , а вторую — в точке D (A лежит на отрезке CD). Пусть M и N — середины дуг BC и BD , не содержащих точку A , а K — середина отрезка CD . Докажите, что точки M , K , A , N лежат на одной окружности.

7. Во вписанном четырёхугольнике $ABCD$ на сторонах AB и BC отложены отрезки AK и CL , равные CD и AD соответственно. M — середина KL . Докажите, что $\angle AMC = 90^\circ$.