10 класс — **Письменные задачи** — 25 сентября 2017

1. Существует ли бесконечная последовательность простых чисел $p_1, p_2, \ldots$ такая, что $p_{k+1} = 2p_k \pm 1$ для всех натуральных k? (Для разных k знак может быть разным.)

2. Точки L и M выбраны на описанной окружности треугольника ABC таким образом, что AL и AM — биссектрисы соответственно внутреннего и внешнего углов треугольника. На продолжениях отрезков AM и AL выбраны точки P и Q соответственно таким образом, что $AM = MP$, $AL = LQ$. Описанные окружности треугольников AMQ и ALP вторично пересекаются в точке S. Докажите, что прямые AS и BC параллельны.

3. На плоскости отмечено N точек так, что все попарные расстояния между ними не менее 1. Докажите, что можно выбрать из них не менее $\frac{N}{7}$ точек так, чтобы попарные расстояния между выбранными точками были не менее, чем $\sqrt{3}$.

4. В школе изучаются $2n$ предметов, а ученики получают только двойки и тройки. Известно, что никакие два ученика не учатся одинаково, и ни про каких двух учеников нельзя сказать, что один учится лучше другого (т.е. по всем предметам не хуже и хотя бы по одному предмету лучше). Какое наибольшее количество учеников может быть в такой школе?

10 класс — **Письменные задачи** — 25 сентября 2017

1. Существует ли бесконечная последовательность простых чисел $p_1, p_2, \ldots$ такая, что $p_{k+1} = 2p_k \pm 1$ для всех натуральных k? (Для разных k знак может быть разным.)

2. Точки L и M выбраны на описанной окружности треугольника ABC таким образом, что AL и AM — биссектрисы соответственно внутреннего и внешнего углов треугольника. На продолжениях отрезков AM и AL выбраны точки P и Q соответственно таким образом, что $AM = MP$, $AL = LQ$. Описанные окружности треугольников AMQ и ALP вторично пересекаются в точке S. Докажите, что прямые AS и BC параллельны.

3. На плоскости отмечено N точек так, что все попарные расстояния между ними не менее 1. Докажите, что можно выбрать из них не менее $\frac{N}{7}$ точек так, чтобы попарные расстояния между выбранными точками были не менее, чем $\sqrt{3}$.

4. В школе изучаются $2n$ предметов, а ученики получают только двойки и тройки. Известно, что никакие два ученика не учатся одинаково, и ни про каких двух учеников нельзя сказать, что один учится лучше другого (т.е. по всем предметам не хуже и хотя бы по одному предмету лучше). Какое наибольшее количество учеников может быть в такой школе?

10 класс — **Письменные задачи** — 25 сентября 2017

1. Существует ли бесконечная последовательность простых чисел $p_1, p_2, \ldots$ такая, что $p_{k+1} = 2p_k \pm 1$ для всех натуральных k? (Для разных k знак может быть разным.)

2. Точки L и M выбраны на описанной окружности треугольника ABC таким образом, что AL и AM — биссектрисы соответственно внутреннего и внешнего углов треугольника. На продолжениях отрезков AM и AL выбраны точки P и Q соответственно таким образом, что $AM = MP$, $AL = LQ$. Описанные окружности треугольников AMQ и ALP вторично пересекаются в точке S. Докажите, что прямые AS и BC параллельны.

3. На плоскости отмечено N точек так, что все попарные расстояния между ними не менее 1. Докажите, что можно выбрать из них не менее $\frac{N}{7}$ точек так, чтобы попарные расстояния между выбранными точками были не менее, чем $\sqrt{3}$.

4. В школе изучаются $2n$ предметов, а ученики получают только двойки и тройки. Известно, что никакие два ученика не учатся одинаково, и ни про каких двух учеников нельзя сказать, что один учится лучше другого (т.е. по всем предметам не хуже и хотя бы по одному предмету лучше). Какое наибольшее количество учеников может быть в такой школе?

10 класс — **Письменные задачи** — 25 сентября 2017

1. Существует ли бесконечная последовательность простых чисел $p_1, p_2, \ldots$ такая, что $p_{k+1} = 2p_k \pm 1$ для всех натуральных k? (Для разных k знак может быть разным.)

2. Точки L и M выбраны на описанной окружности треугольника ABC таким образом, что AL и AM — биссектрисы соответственно внутреннего и внешнего углов треугольника. На продолжениях отрезков AM и AL выбраны точки P и Q соответственно таким образом, что $AM = MP$, $AL = LQ$. Описанные окружности треугольников AMQ и ALP вторично пересекаются в точке S. Докажите, что прямые AS и BC параллельны.

3. На плоскости отмечено N точек так, что все попарные расстояния между ними не менее 1. Докажите, что можно выбрать из них не менее $\frac{N}{7}$ точек так, чтобы попарные расстояния между выбранными точками были не менее, чем $\sqrt{3}$.

4. В школе изучаются $2n$ предметов, а ученики получают только двойки и тройки. Известно, что никакие два ученика не учатся одинаково, и ни про каких двух учеников нельзя сказать, что один учится лучше другого (т.е. по всем предметам не хуже и хотя бы по одному предмету лучше). Какое наибольшее количество учеников может быть в такой школе?