

Разнойой

10 класс

11.03.2017

1. Докажите, что середина отрезка, соединяющего проекции произвольной точки основания равностороннего треугольника на его боковые стороны, лежит на прямой, проходящей через эту самую точку и центр треугольника.
2. В остроугольный неравобедренный треугольник ABC вписан произвольный соответственно подобный ему треугольник $A_1B_1C_1$ (A_1 лежит на BC , B_1 лежит на CA , C_1 лежит на AB), H — ортоцентр треугольника AB_1C_1 . Докажите, что длина отрезка A_1H не зависит от выбора вписанного треугольника.
3. Маленькая окружность касается большой внутренним образом в точке X . Хорды AB , AC большой окружности касаются маленьких в точках M , N соответственно. Пусть B_0 , C_0 — середины дуг AC , AB соответственно (не содержащих других точек). Описанные окружности треугольников AMC_0 , ANB_0 пересекаются в точке Y . Докажите, что AB_0YC_0 — параллелограмм.
4. Через центр O описанной окружности остроугольного треугольника ABC проведена прямая, пересекающая стороны AB , AC в точках X , Y . Эти точки отразили относительно середин сторон, на которых они лежат (получили X' , Y'). Докажите, что $\angle X'HY' = \angle BAC$, где H — ортоцентр треугольника ABC .
5. В остроугольном треугольнике ABC отметили центры O и I описанной и вписанной окружностей соответственно и ортоцентр H . Докажите, что $OI \parallel BC \iff \angle AIH = 90^\circ$.
6. В треугольнике ABC провели биссектрисы AA_1 , BB_1 , CC_1 . Оказалось, что прямые AA_1 и B_1C_1 пересекаются под углом 60° . Докажите, что один из углов треугольника $A_1B_1C_1$ — прямой.