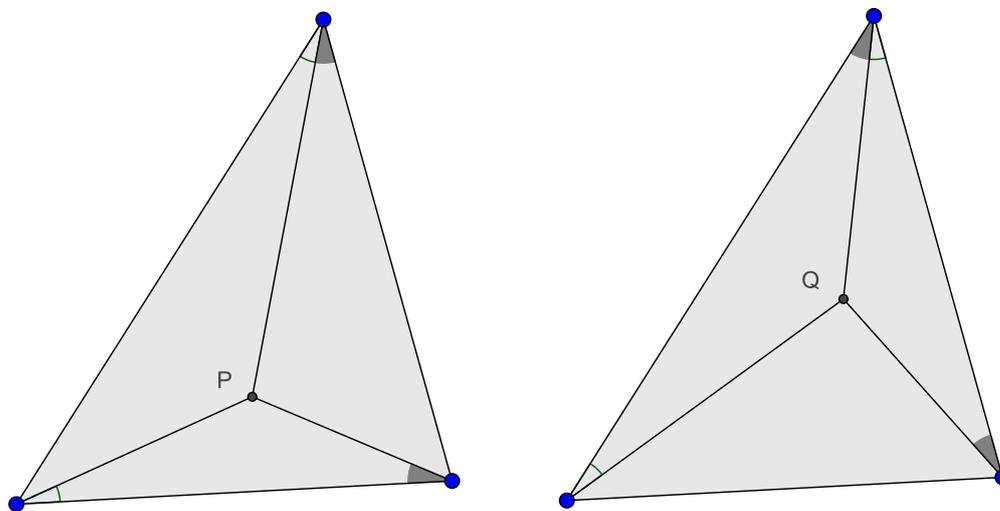


Точки P и Q

10 класс

25.02.2017



1. Смотрите картинку.

а) Докажите, что P — проекция ортоцентра треугольника на медиану.

б) Докажите, что Q — проекция центра описанной окружности треугольника на симедиану.

2. Касательная к описанной окружности треугольника ABC ($AB > AC$), восстановленная в вершине A , пересекает прямую BC в точке M . Пусть X — отражение точки C относительно прямой AM , а Y — отражение точки A относительно центра M . Докажите, что точки A, B, X, Y лежат на одной окружности.

3. В остроугольном неравностороннем треугольнике ABC отметили середины C_1, B_1, A_1 сторон AB, AC, BC соответственно. Серединные перпендикуляры к AB и AC пересекают AA_1 в точках B_2, C_2 соответственно. Прямые BB_2 и CC_2 пересекаются в точке X , лежащей внутри треугольника. Докажите, что точки A, B_1, C_1, X лежат на одной окружности.

4. Let ABC be a triangle with $AB > AC > BC$. Let D be a point on AB such that $CD = BC$, and let M be the midpoint of AC . Show that $BD = AC \iff \angle BAC = 2\angle ABM$.

5. Высоты остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H . Описанная окружность треугольника ABH пересекает окружность, построенную на отрезке AC как на диаметре, в точке $K \neq A$. Докажите, что прямая CK делит отрезок BH пополам.

6. In an acute triangle ABC segments BE and CF are altitudes. Two circles passing through the points A and F are tangent to the line BC at the points P and Q so that B lies between C and Q . Prove that the lines PE and QF intersect on the circumcircle of triangle AEF .

7. Через центр O окружности, описанной около неравностороннего остроугольного треугольника ABC , проведены прямые, перпендикулярные сторонам AB и AC . Эти прямые пересекают высоту AD треугольника ABC в точках P и Q . Точка M — середина стороны BC , а S — центр окружности, описанной около треугольника OPQ . Докажите, что $\angle BAS = \angle CAM$.