

Воробьи, добавочка

10 класс
15.10.2016

1. На высотах (но не на продолжениях высот) остроугольного треугольника ABC взяты точки A_1, B_1, C_1 , отличные от точки пересечения высот H , такие, что сумма площадей треугольников ABC_1, BSA_1, CAB_1 равна площади треугольника ABC . Докажите, что окружность, описанная около треугольника $A_1B_1C_1$, проходит через H .
2. Точки O и I являются центрами описанной и вписанной окружностей в треугольнике ABC соответственно. На сторонах BC, CA и AB выбраны такие точки D, E и F , что $BD + BF = CA$ и $CD + CE = AB$. Окружности описанные около треугольников BFD и CDE пересекаются в точках P и D . Докажите, что $OP = OI$.
3. Дан четырехугольник $ABCD$ такой, что $BC = AD$ и BC не параллельна AD . На сторонах BC и AD выбраны такие точки E и F , что $BE = DF$. Диагонали AC и BD пересекаются в точке P , прямые BD и EF в точке Q , прямые EF и AC в точке R . Докажите, что окружности, описанные около треугольников PQR (при изменении положений точек E и F), проходят через одну точку, отличную от P .
4. Пусть A_0, B_0, C_0 точки касания вневписанных окружностей со сторонами BC, CA и AB треугольника ABC . Докажите, что центр описанной окружности около треугольника $A_0B_0C_0$ лежит на описанной окружности треугольника ABC тогда и только тогда, когда треугольник ABC прямоугольный.

Воробьи, добавочка

10 класс
15.10.2016

1. На высотах (но не на продолжениях высот) остроугольного треугольника ABC взяты точки A_1, B_1, C_1 , отличные от точки пересечения высот H , такие, что сумма площадей треугольников ABC_1, BSA_1, CAB_1 равна площади треугольника ABC . Докажите, что окружность, описанная около треугольника $A_1B_1C_1$, проходит через H .
2. Точки O и I являются центрами описанной и вписанной окружностей в треугольнике ABC соответственно. На сторонах BC, CA и AB выбраны такие точки D, E и F , что $BD + BF = CA$ и $CD + CE = AB$. Окружности описанные около треугольников BFD и CDE пересекаются в точках P и D . Докажите, что $OP = OI$.
3. Дан четырехугольник $ABCD$ такой, что $BC = AD$ и BC не параллельна AD . На сторонах BC и AD выбраны такие точки E и F , что $BE = DF$. Диагонали AC и BD пересекаются в точке P , прямые BD и EF в точке Q , прямые EF и AC в точке R . Докажите, что окружности, описанные около треугольников PQR (при изменении положений точек E и F), проходят через одну точку, отличную от P .
4. Пусть A_0, B_0, C_0 точки касания вневписанных окружностей со сторонами BC, CA и AB треугольника ABC . Докажите, что центр описанной окружности около треугольника $A_0B_0C_0$ лежит на описанной окружности треугольника ABC тогда и только тогда, когда треугольник ABC прямоугольный.

Воробьи, добавочка

10 класс
15.10.2016

1. На высотах (но не на продолжениях высот) остроугольного треугольника ABC взяты точки A_1, B_1, C_1 , отличные от точки пересечения высот H , такие, что сумма площадей треугольников ABC_1, BSA_1, CAB_1 равна площади треугольника ABC . Докажите, что окружность, описанная около треугольника $A_1B_1C_1$, проходит через H .
2. Точки O и I являются центрами описанной и вписанной окружностей в треугольнике ABC соответственно. На сторонах BC, CA и AB выбраны такие точки D, E и F , что $BD + BF = CA$ и $CD + CE = AB$. Окружности описанные около треугольников BFD и CDE пересекаются в точках P и D . Докажите, что $OP = OI$.
3. Дан четырехугольник $ABCD$ такой, что $BC = AD$ и BC не параллельна AD . На сторонах BC и AD выбраны такие точки E и F , что $BE = DF$. Диагонали AC и BD пересекаются в точке P , прямые BD и EF в точке Q , прямые EF и AC в точке R . Докажите, что окружности, описанные около треугольников PQR (при изменении положений точек E и F), проходят через одну точку, отличную от P .
4. Пусть A_0, B_0, C_0 точки касания вневписанных окружностей со сторонами BC, CA и AB треугольника ABC . Докажите, что центр описанной окружности около треугольника $A_0B_0C_0$ лежит на описанной окружности треугольника ABC тогда и только тогда, когда треугольник ABC прямоугольный.