

Полувписанная окружность 2

10 класс
24.12.2016

Давайте на сегодня заведем следующие обозначения для элементов треугольника ABC :

- ω – вписанная окружность, I – ее центр, A_1, B_1, C_1 – точки ее касания со сторонами;
- $\omega_A, \omega_B, \omega_C$ – невписанные окружности, A_2, B_2, C_2 – точки их касания со сторонами;
- Ω – описанная окружность, O – ее центр;
- A' и A'' – середины дуг BC , соответственно не содержащей и содержащей точку A ; B' и B'' , C' и C'' – аналогично.

Полувписанной будем называть окружность S_A , касающуюся сторон AB, AC и окружности Ω (внутренним образом) в точках K, L, T_A . Аналогично определяются окружности S_B, S_C и соответствующие точки касания T_B и T_C .

1. Радикальная ось S_B и S_C проходит через точку A' .
2. Окружности AIT_A, BIT_B, CIT_C повторно пересекаются в точке, лежащей на прямой OI .
3. Прямые $T_B T_C, T_A A', BC$ конкурентны.
4. Точки касания окружностей S_B и S_C со стороной BC , точки T_A и A' лежат на одной окружности.
5. M – произвольная точка дуги BC . U, V – инцентры треугольников ABM, ACM . Тогда точки V, U, M, T_A лежат на одной окружности.
6. Полувписанные окружности треугольников ABT_B, CBT_B , соответствующие вершине B , касаются.
7. Радикальный центр полувписанных окружностей лежит на прямой OI .