

Жадный алгоритм. Пусть A — наибольшая стоимость монеты, не превосходящая N . Тогда нужно взять монету A , а для нахождения остальных монет, если $N \neq A$, выполнить жадный алгоритм для $N - A$.

Например, если есть монеты в 1, 2, 3, 5, 10, 15, 20, 50 дукатов, то для $N = 29$ получим $29 = 20 + 5 + 3 + 1$. Иногда жадный алгоритм даёт только одно из возможных решений для размена, например, $29 = 15 + 10 + 2 + 2$.

Разложение будем называть *жадным*, если оно совпадает с результатом применения жадного алгоритма. *Длиной разложения* будем называть число входящих в него монет. Разложение будем называть *кратчайшим*, если его длина — наименьшая из всех возможных длин разложений данного числа. Будем называть систему монет *удобной*, если жадный алгоритм даёт одно из кратчайших разложений.

1. Докажите, что система с монетами в 1, 2, 3, 5, 10, 15, 20, 50 дукатов является удобной.

2. Докажите, что если ввести в обращение монету 7 дукатов, то система перестанет быть удобной.

3. Будет ли система удобной, если ввести в обращение монету номиналом 9 дукатов.

4. а) Найдите хотя бы одну монету, стоимостью не более 50 дукатов, введение которой сохранит удобство системы.

б) Найдите все такие монеты.

5. Докажите, что если две наибольшие монеты в удобной системе равны k и $k + 1$, то она содержит все монеты от 1 до $k + 1$.

6. Докажите, что если удобная система содержит монеты k и $k + d$, $d > 0$, то она также содержит монеты $k - d$, $k - 2d$, ...

7. Докажите, что фибоначчьева система $\{1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots\}$ является удобной.

8. Рассмотрим систему из монет стоимостью 1, x , y . При каких x и y она является удобной?

Жадный алгоритм. Пусть A — наибольшая стоимость монеты, не превосходящая N . Тогда нужно взять монету A , а для нахождения остальных монет, если $N \neq A$, выполнить жадный алгоритм для $N - A$.

Например, если есть монеты в 1, 2, 3, 5, 10, 15, 20, 50 дукатов, то для $N = 29$ получим $29 = 20 + 5 + 3 + 1$. Иногда жадный алгоритм даёт только одно из возможных решений для размена, например, $29 = 15 + 10 + 2 + 2$.

Разложение будем называть *жадным*, если оно совпадает с результатом применения жадного алгоритма. *Длиной разложения* будем называть число входящих в него монет. Разложение будем называть *кратчайшим*, если его длина — наименьшая из всех возможных длин разложений данного числа. Будем называть систему монет *удобной*, если жадный алгоритм даёт одно из кратчайших разложений.

1. Докажите, что система с монетами в 1, 2, 3, 5, 10, 15, 20, 50 дукатов является удобной.

2. Докажите, что если ввести в обращение монету 7 дукатов, то система перестанет быть удобной.

3. Будет ли система удобной, если ввести в обращение монету номиналом 9 дукатов.

4. а) Найдите хотя бы одну монету, стоимостью не более 50 дукатов, введение которой сохранит удобство системы.

б) Найдите все такие монеты.

5. Докажите, что если две наибольшие монеты в удобной системе равны k и $k + 1$, то она содержит все монеты от 1 до $k + 1$.

6. Докажите, что если удобная система содержит монеты k и $k + d$, $d > 0$, то она также содержит монеты $k - d$, $k - 2d$, ...

7. Докажите, что фибоначчьева система $\{1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots\}$ является удобной.

8. Рассмотрим систему из монет стоимостью 1, x , y . При каких x и y она является удобной?