9 класс — **Игры** — 20 апреля 2017

1. На плоскости отмечены n точек, никакие три не лежат на одной прямой. Двое соединяют стрелочками эти точки. Стрелочку можно проводить из конца предыдущей стрелочки в любую отмеченную точку, с которой стрелочки еще не было (ни в этом направлении, ни в обратном). Проигрывает тот, кому некуда ходить. Кто?

2. Есть клетчатый прямоугольник $m \times n$. Двое по очереди закрашивают любую строку или любой столбец в нем. Закрашивать строку, где все клетки уже закрашены, нельзя. Проигрывает тот, у кого нет хода. Кто выигрывает при правильной игре?

3. На доске $n \times n$ двое по очереди ходят фишкой. Сначала она стояла в углу, ходить можно на соседнюю по стороне клетку, на которой фишка еще не была. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Докажите, что при четном n выигрывает первый, а при нечетном — второй игрок.

4. Есть клетчатый листок $m \times n$. Первый вырезает из него столбец или строку и откладывает ее в сторону. Затем второй выбирает один из прямоугольников, на которые распался лист (прямоугольник мог быть и всего один), и с ним проделывает то же самое. Если в какой-то момент есть прямоугольник со стороной 1, его можно просто взять целиком. А можно, например, из него вырезать любую клеточку. Проигрывает тот, кто не может ходить. Кто?

5. В вершинах куба стоят действительные неотрицательные числа с суммой один. Игра такая: первый выбирает произвольную грань, второй выбирает еще одну, не параллельную грани первого, потом первый выбирает грань, не параллельную обеим предыдущим. Тогда у таких трех граней есть общая вершина. Первый хочет, чтобы число в ней было не больше $1/6$, а второй ему мешает. Докажите, что первый выигрывает.

6. Есть куб. Первый красит три его ребра в красный цвет, потом второй красит еще три ребра в синий цвет, потом первый красит три ребра в красный, потом второй — оставшиеся в синий. Каждое ребро красить можно только один раз. Выигрывает тот, кому удалось покрасить в свой цвет ребра одной грани. Кто выигрывает?

7. Есть 17 куч из монет, в первой одна, во второй две и т.д. Играют двое. Ход такой: человек, у которого монет больше (если поровну, то ходивший в прошлый раз) выбирает еще не выбранную кучу (в первый раз ходящий избирается жребием). Его соперник решает, кому она достанется из них двоих. Далее следующий ход. Выигрывает тот, у кого в конце больше монет. Кто?

8. На доске написано число 2. Ход состоит в увеличении числа хотя бы на один, но не более, чем в два раза, и записывании его на доску вместо старого. Выигрывает тот, кто получил число 2010. Кто?

9 класс — **Игры** — 20 апреля 2017

1. На плоскости отмечены n точек, никакие три не лежат на одной прямой. Двое соединяют стрелочками эти точки. Стрелочку можно проводить из конца предыдущей стрелочки в любую отмеченную точку, с которой стрелочки еще не было (ни в этом направлении, ни в обратном). Проигрывает тот, кому некуда ходить. Кто?

2. Есть клетчатый прямоугольник $m \times n$. Двое по очереди закрашивают любую строку или любой столбец в нем. Закрашивать строку, где все клетки уже закрашены, нельзя. Проигрывает тот, у кого нет хода. Кто выигрывает при правильной игре?

3. На доске $n \times n$ двое по очереди ходят фишкой. Сначала она стояла в углу, ходить можно на соседнюю по стороне клетку, на которой фишка еще не была. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Докажите, что при четном n выигрывает первый, а при нечетном — второй игрок.

4. Есть клетчатый листок $m \times n$. Первый вырезает из него столбец или строку и откладывает ее в сторону. Затем второй выбирает один из прямоугольников, на которые распался лист (прямоугольник мог быть и всего один), и с ним проделывает то же самое. Если в какой-то момент есть прямоугольник со стороной 1, его можно просто взять целиком. А можно, например, из него вырезать любую клеточку. Проигрывает тот, кто не может ходить. Кто?

5. В вершинах куба стоят действительные неотрицательные числа с суммой один. Игра такая: первый выбирает произвольную грань, второй выбирает еще одну, не параллельную грани первого, потом первый выбирает грань, не параллельную обеим предыдущим. Тогда у таких трех граней есть общая вершина. Первый хочет, чтобы число в ней было не больше $1/6$, а второй ему мешает. Докажите, что первый выигрывает.

6. Есть куб. Первый красит три его ребра в красный цвет, потом второй красит еще три ребра в синий цвет, потом первый красит три ребра в красный, потом второй — оставшиеся в синий. Каждое ребро красить можно только один раз. Выигрывает тот, кому удалось покрасить в свой цвет ребра одной грани. Кто выигрывает?

7. Есть 17 куч из монет, в первой одна, во второй две и т.д. Играют двое. Ход такой: человек, у которого монет больше (если поровну, то ходивший в прошлый раз) выбирает еще не выбранную кучу (в первый раз ходящий избирается жребием). Его соперник решает, кому она достанется из них двоих. Далее следующий ход. Выигрывает тот, у кого в конце больше монет. Кто?

8. На доске написано число 2. Ход состоит в увеличении числа хотя бы на один, но не более, чем в два раза, и записывании его на доску вместо старого. Выигрывает тот, кто получил число 2010. Кто?