9 класс — **Подсчёт двумя способами 2** — 6 апреля 2017

1. Несколько шестиклассников и семиклассников обменялись рукопожатиями. при этом оказалось, что каждый шестиклассник пожал руку семи семиклассникам, а каждый семиклассник пожал руку шести шестиклассникам. Кого было больше - шестиклассников или семиклассников?

2. 10 друзей послали друг другу праздничные открытки, так что каждый послал 5 открыток. Докажите, что найдутся двое, которые послали открытки друг другу.

3. Можно ли занумеровать рёбра куба натуральными числами от 1 до 12 так, чтобы для каждой вершины куба сумма номеров рёбер, которые в ней сходятся, была одинаковой?

4. Во взводе 10 человек. В каждый из 100 дней какие-то четверо назначались дежурными. Докажите, что какие-то двое были вместе на дежурстве не менее 14 раз.

5. 15 школьников каждый день ходят на кружок. Каждый день трое школьников остаются убирать кабинет. Через несколько дней оказалось, что любая пара школьников дежурили вместе ровно один раз. Сколько дней прошло?

6. В классе 20 детей. Каждый день какие-то пары из них жмут друг другу руки, а какие-то нет. Известно, что всего за месяц было совершено 2017 рукопожатий. Докажите, что можно выделить группу из семи человек так, что бы между детьми из этой группы было совершено не менее 211 рукопожатий

7. Существует ли компания, в которой у каждого 10 друзей, а у любых двух человек — четыре общих друга?

8. Через $p_n(k)$ обозначим количество перестановок множества $\{1, 2, \ldots, n\}$, которые оставляют на месте ровно k элементов. Докажите, что $\sum\limits_{k=0}^{n} kp_n(k) = n!$.

9 класс — **Подсчёт двумя способами 2** — 6 апреля 2017

1. Несколько шестиклассников и семиклассников обменялись рукопожатиями. при этом оказалось, что каждый шестиклассник пожал руку семи семиклассникам, а каждый семиклассник пожал руку шести шестиклассникам. Кого было больше - шестиклассников или семиклассников?

2. 10 друзей послали друг другу праздничные открытки, так что каждый послал 5 открыток. Докажите, что найдутся двое, которые послали открытки друг другу.

3. Можно ли занумеровать рёбра куба натуральными числами от 1 до 12 так, чтобы для каждой вершины куба сумма номеров рёбер, которые в ней сходятся, была одинаковой?

4. Во взводе 10 человек. В каждый из 100 дней какие-то четверо назначались дежурными. Докажите, что какие-то двое были вместе на дежурстве не менее 14 раз.

5. 15 школьников каждый день ходят на кружок. Каждый день трое школьников остаются убирать кабинет. Через несколько дней оказалось, что любая пара школьников дежурили вместе ровно один раз. Сколько дней прошло?

6. В классе 20 детей. Каждый день какие-то пары из них жмут друг другу руки, а какие-то нет. Известно, что всего за месяц было совершено 2017 рукопожатий. Докажите, что можно выделить группу из семи человек так, что бы между детьми из этой группы было совершено не менее 211 рукопожатий

7. Существует ли компания, в которой у каждого 10 друзей, а у любых двух человек — четыре общих друга?

8. Через $p_n(k)$ обозначим количество перестановок множества $\{1, 2, \ldots, n\}$, которые оставляют на месте ровно k элементов. Докажите, что $\sum\limits_{k=0}^{n} kp_n(k) = n!$.