

1. 24 футбольных команд проводят первенство. В первый день все команды сыграли по одной игре. Во второй также все команды сыграли по одной игре. Докажите, что после второго дня можно указать такие 12 команд, что никакие две из них не играли друг с другом.

2. Есть 111 болельщиков: некоторые из них (возможно, все или никто) болеют за «Спартак», а остальные — за «Динамо». Разрешается спросить у любых двоих, болеют ли они за разные команды, и они честно ответят «да» или «нет». Требуется посадить болельщиков в два автобуса так, чтобы в каждом были болельщики только одной команды. За какое минимальное количество вопросов это наверняка можно сделать?

3. Куб со стороной $n \geq 3$ разбит перегородками на единичные кубики. Какое минимальное число перегородок между кубиками нужно удалить, чтобы из каждого кубика можно было добраться до границы куба?

4. Существует ли компания из 16 человек такая, что у каждого ровно 6 знакомых, а у любых двух — ровно два общих знакомых?

5. Квадратная таблица размером 463×463 заполнена неотрицательными числами так, что как сумма чисел каждой строки, так и сумма чисел каждого столбца равна 1. Докажите, что из таблицы можно выбрать 463 положительных чисел, никакие два из которых не стоят ни в одном столбце, ни в одной строке.

1. 24 футбольных команд проводят первенство. В первый день все команды сыграли по одной игре. Во второй также все команды сыграли по одной игре. Докажите, что после второго дня можно указать такие 12 команд, что никакие две из них не играли друг с другом.

2. Есть 111 болельщиков: некоторые из них (возможно, все или никто) болеют за «Спартак», а остальные — за «Динамо». Разрешается спросить у любых двоих, болеют ли они за разные команды, и они честно ответят «да» или «нет». Требуется посадить болельщиков в два автобуса так, чтобы в каждом были болельщики только одной команды. За какое минимальное количество вопросов это наверняка можно сделать?

3. Куб со стороной $n \geq 3$ разбит перегородками на единичные кубики. Какое минимальное число перегородок между кубиками нужно удалить, чтобы из каждого кубика можно было добраться до границы куба?

4. Существует ли компания из 16 человек такая, что у каждого ровно 6 знакомых, а у любых двух — ровно два общих знакомых?

5. Квадратная таблица размером 463×463 заполнена неотрицательными числами так, что как сумма чисел каждой строки, так и сумма чисел каждого столбца равна 1. Докажите, что из таблицы можно выбрать 463 положительных чисел, никакие два из которых не стоят ни в одном столбце, ни в одной строке.