

1. В треугольнике ABC точка I_a — центр вневписанной окружности, которая касается стороны BC . Докажите, что точки A , B , C и центр описанной окружности треугольника ABI_a лежат на одной окружности.

2. Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . Найдите на гипотенузе AB все точки X такие, что $AH \cdot BH = CH^2$.

3. AL — биссектриса треугольника ABC , K — точка на стороне AC такая, что $CL = CK$. Биссектриса угла B и прямая KL пересекаются в точке P . Докажите, что $AP = PL$.

4. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ окружности, вписанные в треугольники ABC и ADC , касаются. Докажите, что окружности, вписанные в треугольники BCD и BAD , тоже касаются.

5. В треугольнике ABC угол A равен 60° . Биссектрисы BB_1 , CC_1 пересекаются в точке I . Докажите, что точка, симметричная A относительно B_1C_1 , лежит на стороне BC .

6. На высоте AH остроугольного треугольника ABC выбрана точка X . Прямые BX и CX пересекают стороны AC и AB в точках B_1 и C_1 соответственно. Докажите, что $\angle C_1HA = \angle B_1HA$.

7. В треугольнике ABC угол A равен 120° . Докажите, что $OH = AB + AC$, где O и H — центр описанной окружности и ортоцентр соответственно.

1. В треугольнике ABC точка I_a — центр вневписанной окружности, которая касается стороны BC . Докажите, что точки A , B , C и центр описанной окружности треугольника ABI_a лежат на одной окружности.

2. Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . Найдите на гипотенузе AB все точки X такие, что $AH \cdot BH = CH^2$.

3. AL — биссектриса треугольника ABC , K — точка на стороне AC такая, что $CL = CK$. Биссектриса угла B и прямая KL пересекаются в точке P . Докажите, что $AP = PL$.

4. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ окружности, вписанные в треугольники ABC и ADC , касаются. Докажите, что окружности, вписанные в треугольники BCD и BAD , тоже касаются.

5. В треугольнике ABC угол A равен 60° . Биссектрисы BB_1 , CC_1 пересекаются в точке I . Докажите, что точка, симметричная A относительно B_1C_1 , лежит на стороне BC .

6. На высоте AH остроугольного треугольника ABC выбрана точка X . Прямые BX и CX пересекают стороны AC и AB в точках B_1 и C_1 соответственно. Докажите, что $\angle C_1HA = \angle B_1HA$.

7. В треугольнике ABC угол A равен 120° . Докажите, что $OH = AB + AC$, где O и H — центр описанной окружности и ортоцентр соответственно.