

1. Докажите, что в десятичной записи числа $\sqrt{2}$ какие-то две цифры встречаются бесконечно много раз.

2. а) Можно ли покрыть прямую с помощью 2017 кругов?

б) Можно ли покрыть плоскость с помощью 2017 полос (полоса — часть плоскости между параллельными прямыми)?

3. Докажите, что из 11 бесконечных десятичных дробей можно выбрать две, совпадающие в бесконечном числе разрядов.

4. Докажите, что в ряду натуральных чисел найдётся сколь угодно много последовательных составных чисел. Правда ли, что найдётся бесконечно много последовательных составных чисел?

5. Кузнечик стартует из точки 0 и скачет по целым точкам числовой прямой. Длина его прыжка не превышает 2017.

а) Может ли он побывать ровно по одному разу во всех целых точках от -100500 до 100500?

б) Может ли он побывать ровно по одному разу во всех целых точках числовой прямой?

6. Алексей Вадимович и Владимир Викторович по очереди выписывают цифры бесконечной десятичной дроби. Владимир Викторович своим ходом приписывает в хвост любое конечное число цифр, Алексей Вадимович — одну. Если в итоге получится чисто периодическая дробь (без предпериода), выигрывает Владимир Викторович, иначе — Алексей Вадимович. Кто имеет выигрышную стратегию?

7. Известно, что человечество бессмертно, а каждый человек смертен и имеет конечное число детей. Докажите, что найдётся идущая от отца к сыну бесконечная мужская цепочка, начинающаяся с Адама.

1. Докажите, что в десятичной записи числа $\sqrt{2}$ какие-то две цифры встречаются бесконечно много раз.

2. а) Можно ли покрыть прямую с помощью 2017 кругов?

б) Можно ли покрыть плоскость с помощью 2017 полос (полоса — часть плоскости между параллельными прямыми)?

3. Докажите, что из 11 бесконечных десятичных дробей можно выбрать две, совпадающие в бесконечном числе разрядов.

4. Докажите, что в ряду натуральных чисел найдётся сколь угодно много последовательных составных чисел. Правда ли, что найдётся бесконечно много последовательных составных чисел?

5. Кузнечик стартует из точки 0 и скачет по целым точкам числовой прямой. Длина его прыжка не превышает 2017.

а) Может ли он побывать ровно по одному разу во всех целых точках от -100500 до 100500?

б) Может ли он побывать ровно по одному разу во всех целых точках числовой прямой?

6. Алексей Вадимович и Владимир Викторович по очереди выписывают цифры бесконечной десятичной дроби. Владимир Викторович своим ходом приписывает в хвост любое конечное число цифр, Алексей Вадимович — одну. Если в итоге получится чисто периодическая дробь (без предпериода), выигрывает Владимир Викторович, иначе — Алексей Вадимович. Кто имеет выигрышную стратегию?

7. Известно, что человечество бессмертно, а каждый человек смертен и имеет конечное число детей. Докажите, что найдётся идущая от отца к сыну бесконечная мужская цепочка, начинающаяся с Адама.