

1. Пусть M и N — точки касания вписанной и невписанной окружностей со стороной BC треугольника ABC , MK — диаметр вписанной окружности. Докажите, что точки A , K и N лежат на одной прямой.

2. На прямоугольном столе лежит n кругов радиусом R так, что никакие два не имеют общих внутренних точек. Верно ли, что на этом столе можно разместить $4n$ кругов радиусом $R/2$ так, чтобы никакие два не имели общих внутренних точек?

3. Даны две концентрические окружности. Постройте прямую, на которой эти окружности пересекают три равных отрезка.

4. а) На плоскости даны два отрезка. Сколько может существовать гомотетий, которые переводят первый отрезок во второй?

б) Тот же самый вопрос про две окружности.

5. Рассмотрим две гомотетии: первую с центром O_1 и коэффициентом k_1 , а вторую гомотетию с центром O_2 и коэффициентом k_2 .

а) Докажите, что если $k_1k_2 = 1$, то композиция гомотетий является параллельным переносом.

б) Докажите, что если $k_1k_2 \neq 1$, то композиция гомотетий является гомотетией, центр которой расположен на прямой O_1O_2 .

6. а) **Теорема о трех колпаках.** На плоскости даны три неравных окружности, ни одна из которых не лежит внутри другой. Докажите, что 3 точки пересечения их общих внешних касательных лежат на одной прямой.

б) Сколько троек точек, лежащих на одной прямой, можно найти, если рассмотреть еще точки пересечения внутренних касательных?

7. Даны две неравные окружности ω_1 и ω_2 . Окружность γ касается их внешним образом в точках A и B . Докажите, что прямая AB проходит через фиксированную точку, не зависящую от выбора γ .

1. Пусть M и N — точки касания вписанной и невписанной окружностей со стороной BC треугольника ABC , MK — диаметр вписанной окружности. Докажите, что точки A , K и N лежат на одной прямой.

2. На прямоугольном столе лежит n кругов радиусом R так, что никакие два не имеют общих внутренних точек. Верно ли, что на этом столе можно разместить $4n$ кругов радиусом $R/2$ так, чтобы никакие два не имели общих внутренних точек?

3. Даны две концентрические окружности. Постройте прямую, на которой эти окружности пересекают три равных отрезка.

4. а) На плоскости даны два отрезка. Сколько может существовать гомотетий, которые переводят первый отрезок во второй?

б) Тот же самый вопрос про две окружности.

5. Рассмотрим две гомотетии: первую с центром O_1 и коэффициентом k_1 , а вторую гомотетию с центром O_2 и коэффициентом k_2 .

а) Докажите, что если $k_1k_2 = 1$, то композиция гомотетий является параллельным переносом.

б) Докажите, что если $k_1k_2 \neq 1$, то композиция гомотетий является гомотетией, центр которой расположен на прямой O_1O_2 .

6. а) **Теорема о трех колпаках.** На плоскости даны три неравных окружности, ни одна из которых не лежит внутри другой. Докажите, что 3 точки пересечения их общих внешних касательных лежат на одной прямой.

б) Сколько троек точек, лежащих на одной прямой, можно найти, если рассмотреть еще точки пересечения внутренних касательных?

7. Даны две неравные окружности ω_1 и ω_2 . Окружность γ касается их внешним образом в точках A и B . Докажите, что прямая AB проходит через фиксированную точку, не зависящую от выбора γ .