

1. Вася написал на доске два числа, перемножил их и получил четырехзначное число. После этого он заменил буквы на числа, причем разным числам соответствуют разные буквы. В итоге получилось $AB \cdot CD = EFFF$. Докажите, что Вася ошибся.

2. Найдите все такие числа a , что для любого натурального n число $an(n+2)(n+4)$ будет целым.

3. Даны натуральные числа a и b . Известно, что $a^2 + b^2$ делится на ab . Докажите, что $a = b$.

4. Пусть d_1, d_2, d_3, d_4 – наименьшие различные делители натурального числа n . Оказалось, что $d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2 = n$. Чему может быть равно n ?

5. Докажите, что для любого натурального n существует n -значное число, составленное из цифр 1 и 2, которое делится на 2^n .

6. Изначально на доске записаны числа m и n . Каждую минуту Саша записывает в тетрадку квадрат наименьшего из чисел на доске, после чего Даша ищет разность чисел на доске и записывает ее вместо наибольшего из них, пока в какой-то момент не выпишет 0. Чему равна сумма чисел у Саши в тетради?

7. Докажите, что для любых натуральных чисел a и b существуют такие натуральные числа c и d , что числа $an + c$ и $bn + d$ взаимно просты при всех натуральных n .

8. Найдите все натуральные числа, которые нельзя представить в виде $\frac{a}{b} + \frac{a+1}{b+1}$, где a, b – натуральные.

1. Вася написал на доске два числа, перемножил их и получил четырехзначное число. После этого он заменил буквы на числа, причем разным числам соответствуют разные буквы. В итоге получилось $AB \cdot CD = EFFF$. Докажите, что Вася ошибся.

2. Найдите все такие числа a , что для любого натурального n число $an(n+2)(n+4)$ будет целым.

3. Даны натуральные числа a и b . Известно, что $a^2 + b^2$ делится на ab . Докажите, что $a = b$.

4. Пусть d_1, d_2, d_3, d_4 – наименьшие различные делители натурального числа n . Оказалось, что $d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2 = n$. Чему может быть равно n ?

5. Докажите, что для любого натурального n существует n -значное число, составленное из цифр 1 и 2, которое делится на 2^n .

6. Изначально на доске записаны числа m и n . Каждую минуту Саша записывает в тетрадку квадрат наименьшего из чисел на доске, после чего Даша ищет разность чисел на доске и записывает ее вместо наибольшего из них, пока в какой-то момент не выпишет 0. Чему равна сумма чисел у Саши в тетради?

7. Докажите, что для любых натуральных чисел a и b существуют такие натуральные числа c и d , что числа $an + c$ и $bn + d$ взаимно просты при всех натуральных n .

8. Найдите все натуральные числа, которые нельзя представить в виде $\frac{a}{b} + \frac{a+1}{b+1}$, где a, b – натуральные.