

1. Натуральные числа от 1 до 10 разбили на две группы так, что произведение чисел в первой группе делится на произведение чисел во второй группе. Какое наименьшее значение может принимать частное от деления первого произведения на второе?

2. На старт «Весёлого забега» на 3000 м выходит команда из трёх математиков. Им выдается один одноместный самокат. Дорожка прямая, стартуют все одновременно, а в зачёт идет время последнего пришедшего на финиш. Каково минимальное возможное время прохождения дистанции, если бегают все трое со скоростью 125 м/мин, а на самокате ездят со скоростью 250 м/мин?

3. На первое занятие танцевального кружка пришли школьники, каждый из которых знает ровно трех других. Руководитель кружка хочет расставить несколько человек в круг, чтобы каждый знал своих соседей справа и слева. Он понял, что ни трех, ни четырех человек школьников расставить таким образом ему не удастся. Чему равно наименьшее возможное число участников кружка?

4. Товарищу Бендеру требуется доставить в Нью-Васюки несколько бочек с апельсинами общей массой 10 тонн. Каждая бочка весит не более 1 тонны. Какого наименьшего количества трехтонок для этого заведомо хватит?

5. Найдите наибольшее натуральное число, из которого вычеркиванием цифр нельзя получить число, делящееся на 11.

6. В футбольном турнире в один круг приняли участие 5 команд. В силу погодных условий турнир не был завершен. По результатам проведенных матчей все команды набрали различное количество очков, при этом каждая команда набрала хотя бы очко. Какое наименьшее количество игр могло состояться? (Победа — 3 очка, ничья — 1, поражение — 0.)

7. На встречу выпускников пришло 45 человек. Оказалось, что любые двое из них, имеющие одинаковое количество знакомых среди пришедших, не знакомы друг с другом. Какое наибольшее число пар знакомых могло быть среди участвовавших во встрече?

8. В колоде n карт. Часть из них лежит рубашками вверх, остальные — рубашками вниз. За один ход разрешается взять несколько карт сверху, перевернуть полученную стопку и снова положить ее сверху колоды. За какое наименьшее число ходов при любом начальном расположении карт можно добиться того, чтобы все карты лежали рубашками вниз?

9. В графе на $2n$ вершинах проведено $n^2 + 1$ ребро. Каково в нём минимальное число троек попарно соединённых вершин (треугольников).

1. Натуральные числа от 1 до 10 разбили на две группы так, что произведение чисел в первой группе делится на произведение чисел во второй группе. Какое наименьшее значение может принимать частное от деления первого произведения на второе?

2. На старт «Весёлого забега» на 3000 м выходит команда из трёх математиков. Им выдается один одноместный самокат. Дорожка прямая, стартуют все одновременно, а в зачёт идет время последнего пришедшего на финиш. Каково минимальное возможное время прохождения дистанции, если бегают все трое со скоростью 125 м/мин, а на самокате ездят со скоростью 250 м/мин?

3. На первое занятие танцевального кружка пришли школьники, каждый из которых знает ровно трех других. Руководитель кружка хочет расставить несколько человек в круг, чтобы каждый знал своих соседей справа и слева. Он понял, что ни трех, ни четырех человек школьников расставить таким образом ему не удастся. Чему равно наименьшее возможное число участников кружка?

4. Товарищу Бендеру требуется доставить в Нью-Васюки несколько бочек с апельсинами общей массой 10 тонн. Каждая бочка весит не более 1 тонны. Какого наименьшего количества трехтонок для этого заведомо хватит?

5. Найдите наибольшее натуральное число, из которого вычеркиванием цифр нельзя получить число, делящееся на 11.

6. В футбольном турнире в один круг приняли участие 5 команд. В силу погодных условий турнир не был завершен. По результатам проведенных матчей все команды набрали различное количество очков, при этом каждая команда набрала хотя бы очко. Какое наименьшее количество игр могло состояться? (Победа — 3 очка, ничья — 1, поражение — 0.)

7. На встречу выпускников пришло 45 человек. Оказалось, что любые двое из них, имеющие одинаковое количество знакомых среди пришедших, не знакомы друг с другом. Какое наибольшее число пар знакомых могло быть среди участвовавших во встрече?

8. В колоде n карт. Часть из них лежит рубашками вверх, остальные — рубашками вниз. За один ход разрешается взять несколько карт сверху, перевернуть полученную стопку и снова положить ее сверху колоды. За какое наименьшее число ходов при любом начальном расположении карт можно добиться того, чтобы все карты лежали рубашками вниз?

9. В графе на $2n$ вершинах проведено $n^2 + 1$ ребро. Каково в нём минимальное число троек попарно соединённых вершин (треугольников).