9 класс **Вписанные углы 2** 17 октября 2016

1. В треугольник ABC вписана окружность, касающаяся сторон AB и AC в точках D и E. Докажите, что центр вписанной окружности треугольника ADE лежит на первой окружности.

2. Из точки A, лежащей внутри угла с вершиной O, опущены перпендикуляры AB и AC ра стороны угла. Из точки O опущен перпендикуляр OP на отрезок BC. Докажите, что $\angle POC = \angle AOB$.

3. Рассмотрим прямоугольник $ABCD$, вписанный в окружнсть. Из произвольной точки P дуги AB опущены перпендикуляры PI, PQ, PR на AB, AC, BD соответственно. Докажите, что I — центр вписанной окружности треугольника PQR.

4. На окружности даны точки A, B, M, N. Из точки M проведены хорды MA_1 и MB_1, перпендикулярные прямым NB и NA соответственно. Докажите, что $AA_1 \parallel BB_1$.

5. Из вершины тупого угла параллелограмма опущены перпендикуляры на стороны и диагональ. Докажите, что основания этих перпендикуляров и точка пересечения диагоналей лежат на одной окружности.

6. H — ортоцентр остроугольного треугольника ABC, M — проекция ортоцентра на медиану, проведенную из вершины A. Докажите, что четырёхугольник $BHMC$ вписанный.

7. Две перпендикулярные прямые l и m пересекаются в точке C на окружности ω так, что они разбивают окружность на три дуги AC, AB и BC. На каждой дуге отмечены точки P, Q и R и в этих точках провели касательные к ω. Оказалось, что отрезок каждой касательной, заключенный между прямыми l и m, делится точкой касания пополам. Докажите, что точки P, Q, R являются вершинами правильного треугольника.

8. В остроугольном треугольнике ABC точка M — середина стороны AC, AD — высота. Внутри треугольника ABC отметили точку X такую, что $\angle AXB = \angle DXM = 90^\circ$. Докажите, что $\angle XMB = 2\angle MBC$.

9 класс **Вписанные углы 2** 17 октября 2016

1. В треугольник ABC вписана окружность, касающаяся сторон AB и AC в точках D и E. Докажите, что центр вписанной окружности треугольника ADE лежит на первой окружности.

2. Из точки A, лежащей внутри угла с вершиной O, опущены перпендикуляры AB и AC ра стороны угла. Из точки O опущен перпендикуляр OP на отрезок BC. Докажите, что $\angle POC = \angle AOB$.

3. Рассмотрим прямоугольник $ABCD$, вписанный в окружнсть. Из произвольной точки P дуги AB опущены перпендикуляры PI, PQ, PR на AB, AC, BD соответственно. Докажите, что I — центр вписанной окружности треугольника PQR.

4. На окружности даны точки A, B, M, N. Из точки M проведены хорды MA_1 и MB_1, перпендикулярные прямым NB и NA соответственно. Докажите, что $AA_1 \parallel BB_1$.

5. Из вершины тупого угла параллелограмма опущены перпендикуляры на стороны и диагональ. Докажите, что основания этих перпендикуляров и точка пересечения диагоналей лежат на одной окружности.

6. H — ортоцентр остроугольного треугольника ABC, M — проекция ортоцентра на медиану, проведенную из вершины A. Докажите, что четырёхугольник $BHMC$ вписанный.

7. Две перпендикулярные прямые l и m пересекаются в точке C на окружности ω так, что они разбивают окружность на три дуги AC, AB и BC. На каждой дуге отмечены точки P, Q и R и в этих точках провели касательные к ω. Оказалось, что отрезок каждой касательной, заключенный между прямыми l и m, делится точкой касания пополам. Докажите, что точки P, Q, R являются вершинами правильного треугольника.

8. В остроугольном треугольнике ABC точка M — середина стороны AC, AD — высота. Внутри треугольника ABC отметили точку X такую, что $\angle AXB = \angle DXM = 90^\circ$. Докажите, что $\angle XMB = 2\angle MBC$.