9 класс **Неравенства и их применения** 25 сентября 2016

1. Докажите, что если произведение двух положительных чисел больше их суммы, то сумма больше четырех.

2. a, b, c, d — положительные числа, произведение которых равно 1. Докажите, что $a^2+b^2+c^2+d^2+ab+ac+ad+bc+bd+cd \geqslant 10$.

3. Решите уравнение $(1+x^{2016})(1+x)^{2014}=(2x)^{2015}$.

4. Для положительных a и b докажите, что **a)** $\frac{a^2}{b} \geqslant 2a-b$; **b)** $\frac{a^3}{b^2} \geqslant 3a-2b$.

5. Известно, что $a>b>c$. Докажите, что

$$\frac{a^2}{a-b}+\frac{b^2}{b-c}>a+2b+c.$$

6. Положительные числа x и y таковы, что $x+y>1$. Докажите, что

$$2(x^2+y^2)>x+y.$$

7. Решите уравнение $x^4+4xy^2+2y^4+1=0$.

8. Найдите наименьшее возможное значение выражения

$$\sqrt{x_1^2+(1-x_2)^2}+\sqrt{x_2^2+(1-x_3)^2}+\ldots+\sqrt{x_{2n}^2+(1-x_1)^2}.$$

9. Положительные числа x и y таковы, что для некоторого натурального n справедливо равенство

$$x+x^2+\ldots+x^n+y+y^2+\ldots+y^n=2n.$$

Докажите, что тогда выполняется неравенство $\frac{1}{x}+\frac{1}{y} \geqslant 2$.

9 класс **Неравенства и их применения** 25 сентября 2016

1. Докажите, что если произведение двух положительных чисел больше их суммы, то сумма больше четырех.

2. a, b, c, d — положительные числа, произведение которых равно 1. Докажите, что $a^2+b^2+c^2+d^2+ab+ac+ad+bc+bd+cd \geqslant 10$.

3. Решите уравнение $(1+x^{2016})(1+x)^{2014}=(2x)^{2015}$.

4. Для положительных a и b докажите, что **a)** $\frac{a^2}{b} \geqslant 2a-b$; **b)** $\frac{a^3}{b^2} \geqslant 3a-2b$.

5. Известно, что $a>b>c$. Докажите, что

$$\frac{a^2}{a-b}+\frac{b^2}{b-c}>a+2b+c.$$

6. Положительные числа x и y таковы, что $x+y>1$. Докажите, что

$$2(x^2+y^2)>x+y.$$

7. Решите уравнение $x^4+4xy^2+2y^4+1=0$.

8. Найдите наименьшее возможное значение выражения

$$\sqrt{x_1^2+(1-x_2)^2}+\sqrt{x_2^2+(1-x_3)^2}+\ldots+\sqrt{x_{2n}^2+(1-x_1)^2}.$$

9. Положительные числа x и y таковы, что для некоторого натурального n справедливо равенство

$$x+x^2+\ldots+x^n+y+y^2+\ldots+y^n=2n.$$

Докажите, что тогда выполняется неравенство $\frac{1}{x}+\frac{1}{y} \geqslant 2$.