9 класс

Вписанные углы

19 сентября 2016

1. Трапеция $ABCD$ вписана в окружность. Докажите, что она равнобокая.

2. Окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B. Луч O_2A пересекает первую окружность в точке C. Докажите, что точки O_1, O_2, B, C лежат на одной окружности.

3. Докажите, что в равнобокой трапеции вершины боковой стороны, точка пересечения диагоналей и центр описанной окружности лежат на одной окружности.

4. Вокруг треугольника ABC $(AC > AB)$ описана окружность ω. На стороне AC выбрана точка X, а на окружности ω — точка Y так, что $CX = CY = AB$, а точки A и Y лежат по разные стороны от прямой BC. Прямая XY вторично пересекает окружность ω в точке P. Докажите, что $PB = PC$.

5. Шестиугольник $ABCDEF$ вписан в окружность, причём $AB \parallel DE$ и $BC \parallel EF$. Докажите, что $CD \parallel AF$.

6. Две окружности пересекаются в точках A и B. К ним проведена общая касательная, которая касается первой окружности в точке C, а второй — в точке D. Пусть B — ближайшая к прямой CD точка пересечения окружностей. Прямая CB пересекла вторую окружность второй раз в точке E. Докажите, что AD — биссектриса угла CAE.

7. Две окружности пересекаются в точках A и B. На первой окружности взята произвольная точка P. Прямые PA и PB вторично пересекают вторую окружность в точках M и N. Докажите, что длина отрезка MN не зависит от положения точки P.

8. $ABCD$ — вписанный четырёхугольник, диагонали которого перпендикулярны и пересекаются в точке P. Докажите, что середины его сторон и проекции точки P на стороны лежат на одной окружности.

9 класс

Вписанные углы

19 сентября 2016

1. Трапеция $ABCD$ вписана в окружность. Докажите, что она равнобокая.

2. Окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B. Луч O_2A пересекает первую окружность в точке C. Докажите, что точки O_1, O_2, B, C лежат на одной окружности.

3. Докажите, что в равнобокой трапеции вершины боковой стороны, точка пересечения диагоналей и центр описанной окружности лежат на одной окружности.

4. Вокруг треугольника ABC $(AC > AB)$ описана окружность ω. На стороне AC выбрана точка X, а на окружности ω — точка Y так, что $CX = CY = AB$, а точки A и Y лежат по разные стороны от прямой BC. Прямая XY вторично пересекает окружность ω в точке P. Докажите, что $PB = PC$.

5. Шестиугольник $ABCDEF$ вписан в окружность, причём $AB \parallel DE$ и $BC \parallel EF$. Докажите, что $CD \parallel AF$.

6. Две окружности пересекаются в точках A и B. К ним проведена общая касательная, которая касается первой окружности в точке C, а второй — в точке D. Пусть B — ближайшая к прямой CD точка пересечения окружностей. Прямая CB пересекла вторую окружность второй раз в точке E. Докажите, что AD — биссектриса угла CAE.

7. Две окружности пересекаются в точках A и B. На первой окружности взята произвольная точка P. Прямые PA и PB вторично пересекают вторую окружность в точках M и N. Докажите, что длина отрезка MN не зависит от положения точки P.

8. $ABCD$ — вписанный четырёхугольник, диагонали которого перпендикулярны и пересекаются в точке P. Докажите, что середины его сторон и проекции точки P на стороны лежат на одной окружности.