

1. При каких натуральных n выражение $2^n + 1$ является степенью (выше первой) натурального числа?
2. Докажите, что для любого натурального числа $k > 1$ существует бесконечно много натуральных чисел, не представимых в виде суммы k -й степени натурального числа и простого числа.
3. При каких натуральных n число $n^3 + 2n^2 + 11$ является точным кубом натурального числа?
4. В строчку одно за другим выписали числа 2^{2017} и 5^{2017} . Сколько цифр в полученном числе?
5. Имеется много карточек, на каждой из которых записано натуральное число от 1 до n . Известно, что сумма чисел на всех карточках равна $n! \cdot k$, где k – целое число. Докажите, что карточки можно разложить на k групп так, чтобы в каждой группе сумма чисел на карточках была равна $n!$.
6. Найдите все такие простые p, q и r , что $p + q = (p - q)^r$.
7. Найдите наименьшее натуральное число $a \geq 2$, для которого существует простое p такое, что число $\frac{a^p - a}{p}$ является точным квадратом и a не делится на p .
8. Найдите все такие тройки натуральных чисел m, n и l , что $m + n = (\text{НОД}(m, n))^2$, $m + l = (\text{НОД}(m, l))^2$, $n + l = (\text{НОД}(n, l))^2$.
9. Доказать, что существует бесконечно много таких составных n , что $3^{n-1} - 2^{n-1}$ кратно n .

1. При каких натуральных n выражение $2^n + 1$ является степенью (выше первой) натурального числа?
2. Докажите, что для любого натурального числа $k > 1$ существует бесконечно много натуральных чисел, не представимых в виде суммы k -й степени натурального числа и простого числа.
3. При каких натуральных n число $n^3 + 2n^2 + 11$ является точным кубом натурального числа?
4. В строчку одно за другим выписали числа 2^{2017} и 5^{2017} . Сколько цифр в полученном числе?
5. Имеется много карточек, на каждой из которых записано натуральное число от 1 до n . Известно, что сумма чисел на всех карточках равна $n! \cdot k$, где k – целое число. Докажите, что карточки можно разложить на k групп так, чтобы в каждой группе сумма чисел на карточках была равна $n!$.
6. Найдите все такие простые p, q и r , что $p + q = (p - q)^r$.
7. Найдите наименьшее натуральное число $a \geq 2$, для которого существует простое p такое, что число $\frac{a^p - a}{p}$ является точным квадратом и a не делится на p .
8. Найдите все такие тройки натуральных чисел m, n и l , что $m + n = (\text{НОД}(m, n))^2$, $m + l = (\text{НОД}(m, l))^2$, $n + l = (\text{НОД}(n, l))^2$.
9. Доказать, что существует бесконечно много таких составных n , что $3^{n-1} - 2^{n-1}$ кратно n .