

1. Для каждого непустого подмножества множества $\{1, 2, \dots, 2017\}$ Игорь посчитал число, обратное произведению элементов этого подмножества. Все полученные числа Игорь сложил. Сколько у него получилось?

2. Точка O — центр описанной окружности треугольника ABC . Описанная окружность треугольника AOC вторично пересекает стороны AB и BC в точках E и F . Оказалось, что прямая EF делит площадь треугольника ABC пополам. Найдите угол B .

3. Кузнечик умеет прыгать по клетчатой полоске единичной ширины на 8, 9 или 10 клеток в любую сторону. Натуральное число n назовём *пропрыгиваемым*, если кузнечик может, начав с некоторой клетки, пропрыгать полоску длины n , побывав на каждой клетке ровно один раз.

а) Докажите, что 2017 — пропрыгиваемое число.

б) Докажите, что существует непропрыгиваемое число, большее 50.

4. Положительные числа a, b, c, d таковы, что $abcd = 1$ и $a + b + c + d > \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a}$. Докажите, что

$$a + b + c + d < \frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{d}{c} + \frac{a}{d}.$$

1. Для каждого непустого подмножества множества $\{1, 2, \dots, 2017\}$ Игорь посчитал число, обратное произведению элементов этого подмножества. Все полученные числа Игорь сложил. Сколько у него получилось?

2. Точка O — центр описанной окружности треугольника ABC . Описанная окружность треугольника AOC вторично пересекает стороны AB и BC в точках E и F . Оказалось, что прямая EF делит площадь треугольника ABC пополам. Найдите угол B .

3. Кузнечик умеет прыгать по клетчатой полоске единичной ширины на 8, 9 или 10 клеток в любую сторону. Натуральное число n назовём *пропрыгиваемым*, если кузнечик может, начав с некоторой клетки, пропрыгать полоску длины n , побывав на каждой клетке ровно один раз.

а) Докажите, что 2017 — пропрыгиваемое число.

б) Докажите, что существует непропрыгиваемое число, большее 50.

4. Положительные числа a, b, c, d таковы, что $abcd = 1$ и $a + b + c + d > \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a}$. Докажите, что

$$a + b + c + d < \frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{d}{c} + \frac{a}{d}.$$

1. Для каждого непустого подмножества множества $\{1, 2, \dots, 2017\}$ Игорь посчитал число, обратное произведению элементов этого подмножества. Все полученные числа Игорь сложил. Сколько у него получилось?

2. Точка O — центр описанной окружности треугольника ABC . Описанная окружность треугольника AOC вторично пересекает стороны AB и BC в точках E и F . Оказалось, что прямая EF делит площадь треугольника ABC пополам. Найдите угол B .

3. Кузнечик умеет прыгать по клетчатой полоске единичной ширины на 8, 9 или 10 клеток в любую сторону. Натуральное число n назовём *пропрыгиваемым*, если кузнечик может, начав с некоторой клетки, пропрыгать полоску длины n , побывав на каждой клетке ровно один раз.

а) Докажите, что 2017 — пропрыгиваемое число.

б) Докажите, что существует непропрыгиваемое число, большее 50.

4. Положительные числа a, b, c, d таковы, что $abcd = 1$ и $a + b + c + d > \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a}$. Докажите, что

$$a + b + c + d < \frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{d}{c} + \frac{a}{d}.$$

1. Для каждого непустого подмножества множества $\{1, 2, \dots, 2017\}$ Игорь посчитал число, обратное произведению элементов этого подмножества. Все полученные числа Игорь сложил. Сколько у него получилось?

2. Точка O — центр описанной окружности треугольника ABC . Описанная окружность треугольника AOC вторично пересекает стороны AB и BC в точках E и F . Оказалось, что прямая EF делит площадь треугольника ABC пополам. Найдите угол B .

3. Кузнечик умеет прыгать по клетчатой полоске единичной ширины на 8, 9 или 10 клеток в любую сторону. Натуральное число n назовём *пропрыгиваемым*, если кузнечик может, начав с некоторой клетки, пропрыгать полоску длины n , побывав на каждой клетке ровно один раз.

а) Докажите, что 2017 — пропрыгиваемое число.

б) Докажите, что существует непропрыгиваемое число, большее 50.

4. Положительные числа a, b, c, d таковы, что $abcd = 1$ и $a + b + c + d > \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a}$. Докажите, что

$$a + b + c + d < \frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{d}{c} + \frac{a}{d}.$$