

1. У Пети хранилось 9 внешне одинаковых золотых монет. Однажды он решил проверить их на подлинность у эксперта Васи. Вася проверил монеты и сообщил, что среди них ровно 5 фальшивых. Петя может задать Васе любой вопрос, на который тот может ответить только "Да" или "Нет". Какое наименьшее количество вопросов потребуется Пете, чтобы опознать все фальшивые монеты?

2. У Пети есть 81 монета, каждая из которых либо золотая, либо серебряная. Однажды эксперт Вася сообщил ему, что среди монет есть ровно одна фальшивая, которая отличается по весу от остальных своего рода, причём если это золотая, то она легче настоящей, а если серебряная, то тяжелее. Петя может заказать у Васи несколько взвешиваний на двухчашечных весах, после которых узнает все их результаты (заказ подаётся единым списком взвешиваний). Какое наименьшее количество взвешиваний хватит Пете, чтобы опознать фальшивую монету?

3. Какое наименьшее число гирь необходимо для того, чтобы иметь возможность взвесить любое число граммов от 1 до 75 на чашечных весах, если гири можно класть на обе чашки весов?

4. За какое наименьшее количество попарных сравнений можно отсортировать 5 различных элементов?

5. 55 друзей одновременно узнали 55 новостей, причём каждый узнал одну новость. Они стали звонить друг другу и обмениваться новостями. Каждый разговор длится одну минуту. За один разговор можно передать сколько угодно новостей. Какое наименьшее количество минут необходимо, чтобы все узнали все новости?

6. Среди  $n$  монет есть одна фальшивая, которая отличается по весу от настоящей. За какое наименьшее количество взвешиваний можно узнать эту монету, если

(а) нам требуется узнать, легче она или тяжелее настоящих;

(б) нам не требуется узнавать, легче она или тяжелее настоящих?

(с) Как изменятся ответы предыдущих пунктов, если нам дополнительно принесут  $k$  настоящих монет?

7. (а) Есть 3 мудреца, сидящих за круглым столом. После этого им случайным образом надевают на голову красный или синий колпак (все исходы равновероятны), после чего они пытаются угадать цвет своего колпака, видя все остальные. По команде "Гоп!" некоторые мудрецы называют цвет своего колпака. Если не все мудрецы промолчали, и никто не ошибся, они получают чемодан с деньгами. С какой максимальной вероятностью они заберут с собой деньги?

(б) Тот же вопрос, если мудрецов 7.

1. У Пети хранилось 9 внешне одинаковых золотых монет. Однажды он решил проверить их на подлинность у эксперта Васи. Вася проверил монеты и сообщил, что среди них ровно 5 фальшивых. Петя может задать Васе любой вопрос, на который тот может ответить только "Да" или "Нет". Какое наименьшее количество вопросов потребуется Пете, чтобы опознать все фальшивые монеты?

2. У Пети есть 81 монета, каждая из которых либо золотая, либо серебряная. Однажды эксперт Вася сообщил ему, что среди монет есть ровно одна фальшивая, которая отличается по весу от остальных своего рода, причём если это золотая, то она легче настоящей, а если серебряная, то тяжелее. Петя может заказать у Васи несколько взвешиваний на двухчашечных весах, после которых узнает все их результаты (заказ подаётся единым списком взвешиваний). Какое наименьшее количество взвешиваний хватит Пете, чтобы опознать фальшивую монету?

3. Какое наименьшее число гирь необходимо для того, чтобы иметь возможность взвесить любое число граммов от 1 до 75 на чашечных весах, если гири можно класть на обе чашки весов?

4. За какое наименьшее количество попарных сравнений можно отсортировать 5 различных элементов?

5. 55 друзей одновременно узнали 55 новостей, причём каждый узнал одну новость. Они стали звонить друг другу и обмениваться новостями. Каждый разговор длится одну минуту. За один разговор можно передать сколько угодно новостей. Какое наименьшее количество минут необходимо, чтобы все узнали все новости?

6. Среди  $n$  монет есть одна фальшивая, которая отличается по весу от настоящей. За какое наименьшее количество взвешиваний можно узнать эту монету, если

(а) нам требуется узнать, легче она или тяжелее настоящих;

(б) нам не требуется узнавать, легче она или тяжелее настоящих?

(с) Как изменятся ответы предыдущих пунктов, если нам дополнительно принесут  $k$  настоящих монет?

7. (а) Есть 3 мудреца, сидящих за круглым столом. После этого им случайным образом надевают на голову красный или синий колпак (все исходы равновероятны), после чего они пытаются угадать цвет своего колпака, видя все остальные. По команде "Гоп!" некоторые мудрецы называют цвет своего колпака. Если не все мудрецы промолчали, и никто не ошибся, они получают чемодан с деньгами. С какой максимальной вероятностью они заберут с собой деньги?

(б) Тот же вопрос, если мудрецов 7.