9 класс **Немного геометрии** 2 марта 2017

1. Дан шестиугольник $ABCDEF$, в котором $AB = BC$, $CD = DE$, $EF = FA$, а углы A и C — прямые. Докажите, что прямые FD и BE перпендикулярны.

2. В прямоугольной трапеции $ABCD$ ($\angle A = \angle B = 90°$) опущен перпендикуляр AH на боковую сторону CD. Точка E на стороне AB такова, что прямые EC и CD перпендикулярны. Докажите, что прямые BH и DE параллельны.

3. В прямоугольном равнобедренном треугольнике с прямым углом B провели медианы AD и CE. Медиану AD продолжили на её длину за точку D. Получилась точка X. Медиану CE продолжили на её длину за точку C. Получилась точка Y. Докажите, что $\angle AXY = 90°$.

4. Во вписанном четырёхугольнике $ABCD$ точки M и N — середины сторон AB и CD соответственно. Точка P лежит на отрезке MN, причём $MP = CN$ и $NP = AM$. Точка O – центр описанной окружности четырёхугольника. Докажите, что прямые OP и MN перпендикулярны.

5. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы A и C — прямые. На продолжении стороны AD за точку D выбрана такая точка E, что $\angle ABE = \angle ADC$. Точка K симметрична точке C относительно точки A. Докажите, что $\angle ADB = \angle AKE$.

6. Дан равносторонний треугольник ABC. Найдите геометрическое место точек M таких, что $MA = MB + MC$.

7. Дан треугольник ABC. Точка B_1 является точкой касания вневписанной окружности со стороной AC, точка I — центр вписанной окружности, точка M — середина стороны AB. Докажите, что B_1, I и M лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда $\angle A = 90°$.

8. В треугольнике ABC ($AB < BC$) точка I — центр вписанной окружности, M — середина стороны AC, N — середина дуги ABC описанной окружности. Докажите, что $\angle IMA = \angle INB$.

9. Вписанный многоугольник разбили на треугольники с вершинами в вершинах многоугольника. Докажите, что сумма радиусов вписанных окружностей всех этих треугольников не зависит от разбиения.

9 класс **Немного геометрии** 2 марта 2017

1. Дан шестиугольник $ABCDEF$, в котором $AB = BC$, $CD = DE$, $EF = FA$, а углы A и C — прямые. Докажите, что прямые FD и BE перпендикулярны.

2. В прямоугольной трапеции $ABCD$ ($\angle A = \angle B = 90°$) опущен перпендикуляр AH на боковую сторону CD. Точка E на стороне AB такова, что прямые EC и CD перпендикулярны. Докажите, что прямые BH и DE параллельны.

3. В прямоугольном равнобедренном треугольнике с прямым углом B провели медианы AD и CE. Медиану AD продолжили на её длину за точку D. Получилась точка X. Медиану CE продолжили на её длину за точку C. Получилась точка Y. Докажите, что $\angle AXY = 90°$.

4. Во вписанном четырёхугольнике $ABCD$ точки M и N — середины сторон AB и CD соответственно. Точка P лежит на отрезке MN, причём $MP = CN$ и $NP = AM$. Точка O – центр описанной окружности четырёхугольника. Докажите, что прямые OP и MN перпендикулярны.

5. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы A и C — прямые. На продолжении стороны AD за точку D выбрана такая точка E, что $\angle ABE = \angle ADC$. Точка K симметрична точке C относительно точки A. Докажите, что $\angle ADB = \angle AKE$.

6. Дан равносторонний треугольник ABC. Найдите геометрическое место точек M таких, что $MA = MB + MC$.

7. Дан треугольник ABC. Точка B_1 является точкой касания вневписанной окружности со стороной AC, точка I — центр вписанной окружности, точка M — середина стороны AB. Докажите, что B_1, I и M лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда $\angle A = 90°$.

8. В треугольнике ABC ($AB < BC$) точка I — центр вписанной окружности, M — середина стороны AC, N — середина дуги ABC описанной окружности. Докажите, что $\angle IMA = \angle INB$.

9. Вписанный многоугольник разбили на треугольники с вершинами в вершинах многоугольника. Докажите, что сумма радиусов вписанных окружностей всех этих треугольников не зависит от разбиения.