

1. Даны n карточек; на обеих сторонах каждой карточки написано одно из натуральных чисел от 1 до n . Известно, что каждое из чисел от 1 до n на карточках встречается ровно дважды. Докажите, что все карточки можно разложить на столе так, что сверху окажутся все числа $1, 2, \dots, n$.

2. За столом сидят 16 джедаев. Любопытный Чубакка хочет узнать, как их зовут. Чубакка может выбрать произвольное подмножество джедаев и попросить мастера Йоду за один имперский кредит перечислить все их имена. Порядок, в котором Йода перечисляет имена, может быть произвольный. Какого наименьшего количества имперских кредитов хватит Чубакке (имена у джедаев разные)?

3. У обезьяны есть два кокоса. Она находится в 200-этажном здании и очень хочет узнать, при падении с какого минимального этажа кокос разбивается. Она умеет бросать кокос с i -го этажа, и, если кокос уцелел, подбирать его. За какое наименьшее число бросков она сможет удовлетворить свою жажду знания?

4. На полоске $1 \times N$ на 25 левых полях стоят 25 пашек. Пашка может ходить на соседнюю справа свободную клетку или перепрыгивать через соседнюю справа пашку на следующую за ней клетку (если эта клетка свободна), движение влево не разрешается. При каком наименьшем N все пашки можно поставить без пробелов в обратном порядке?

5. В куче лежат 1000 камней. Двое играют в следующую игру: за ход каждый из них может взять из кучки произвольное количество камней, являющееся делителем того количества камней, которое взял предыдущим своим ходом противник. Первый игрок первым своим ходом может взять любое число камней, но не все сразу. Выигрывает тот, кто берет последний камень. Кто побеждает при правильной игре?

6. Стража ловит забравшегося во дворец к султану вора. Чтобы поймать вора, стражнику необходимо оказаться с ним в одной комнате. Дворец состоит из 1000 комнат, соединенных дверьми. Планировка дворца такова, что из комнаты в соседнюю комнату нельзя пройти иначе, как через соединяющую их дверь.

а) Докажите, что при любой планировке дворца 10 стражников могут составить план действий, гарантирующий поимку вора.

б) Докажите, что для поимки заведомо достаточно шести стражников.

7. Две фирмы по очереди нанимают программистов, среди которых есть 4 гения. Первого программиста каждая фирма выбирает произвольно, а каждый следующий должен быть знаком с кем-то из ранее нанятых данной фирмой. Если фирма не может нанять программиста по этим правилам, она прекращает приём, а другая может продолжать. Список программистов и их знакомств заранее известен. Могут ли знакомства быть устроены так, что фирма, вступающая в игру второй, сможет нанять по крайней мере 3 гениев, как бы ни действовала первая фирма?

8. *Тасовкой* колоды из n карт называется следующая операция: колода делится на некоторое число частей, которые без изменения положения карт внутри них перекладываются в обратном порядке. Докажите, что колоду из 1000 карт можно перевести из любого положения в любое другое не более чем за 56 тасовок.

1. Даны n карточек; на обеих сторонах каждой карточки написано одно из натуральных чисел от 1 до n . Известно, что каждое из чисел от 1 до n на карточках встречается ровно дважды. Докажите, что все карточки можно разложить на столе так, что сверху окажутся все числа $1, 2, \dots, n$.

2. За столом сидят 16 джедаев. Любопытный Чубакка хочет узнать, как их зовут. Чубакка может выбрать произвольное подмножество джедаев и попросить мастера Йоду за один имперский кредит перечислить все их имена. Порядок, в котором Йода перечисляет имена, может быть произвольный. Какого наименьшего количества имперских кредитов хватит Чубакке (имена у джедаев разные)?

3. У обезьяны есть два кокоса. Она находится в 200-этажном здании и очень хочет узнать, при падении с какого минимального этажа кокос разбивается. Она умеет бросать кокос с i -го этажа, и, если кокос уцелел, подбирать его. За какое наименьшее число бросков она сможет удовлетворить свою жажду знания?

4. На полоске $1 \times N$ на 25 левых полях стоят 25 пашек. Пашка может ходить на соседнюю справа свободную клетку или перепрыгивать через соседнюю справа пашку на следующую за ней клетку (если эта клетка свободна), движение влево не разрешается. При каком наименьшем N все пашки можно поставить без пробелов в обратном порядке?

5. В куче лежат 1000 камней. Двое играют в следующую игру: за ход каждый из них может взять из кучки произвольное количество камней, являющееся делителем того количества камней, которое взял предыдущим своим ходом противник. Первый игрок первым своим ходом может взять любое число камней, но не все сразу. Выигрывает тот, кто берет последний камень. Кто побеждает при правильной игре?

6. Стража ловит забравшегося во дворец к султану вора. Чтобы поймать вора, стражнику необходимо оказаться с ним в одной комнате. Дворец состоит из 1000 комнат, соединенных дверьми. Планировка дворца такова, что из комнаты в соседнюю комнату нельзя пройти иначе, как через соединяющую их дверь.

а) Докажите, что при любой планировке дворца 10 стражников могут составить план действий, гарантирующий поимку вора.

б) Докажите, что для поимки заведомо достаточно шести стражников.

7. Две фирмы по очереди нанимают программистов, среди которых есть 4 гения. Первого программиста каждая фирма выбирает произвольно, а каждый следующий должен быть знаком с кем-то из ранее нанятых данной фирмой. Если фирма не может нанять программиста по этим правилам, она прекращает приём, а другая может продолжать. Список программистов и их знакомств заранее известен. Могут ли знакомства быть устроены так, что фирма, вступающая в игру второй, сможет нанять по крайней мере 3 гениев, как бы ни действовала первая фирма?

8. *Тасовкой* колоды из n карт называется следующая операция: колода делится на некоторое число частей, которые без изменения положения карт внутри них перекладываются в обратном порядке. Докажите, что колоду из 1000 карт можно перевести из любого положения в любое другое не более чем за 56 тасовок.