9 класс | Письменные задачи | 16 января 2017

1. Докажите неравенство $2015^{2017} \cdot 2017^{2015} < 2016^{4032}$.

2. Пусть AL — биссектриса треугольника ABC. Серединный перпендикуляр к отрезку AL пересекает окружность, описанную около треугольника ABC, в точках P и Q. Докажите, что окружность, описанная около треугольника PLQ, касается стороны BC.

3. На плоскости отметили все вершины правильного n-угольника, а также его центр. Затем нарисовали контур этого n-угольника, и центр соединили со всеми вершинами; в итоге n-угольник разбился на n треугольников. Вася записал в каждую отмеченную точку по числу (среди чисел могут быть равные). В каждый треугольник разбиения он записал в произвольном порядке три числа, стоящих в его вершинах; после этого он стёр числа в отмеченных точках. При каких n по тройкам чисел, записанным в треугольниках, Петя всегда сможет восстановить число в каждой отмеченной точке?

4. Простые числа p, q, r таковы, что $p + q + pq$ делится на r, $p + r + pr$ делится на q, $q + r + qr$ делится на p. Докажите, что $p = q = r$.

9 класс | Письменные задачи | 16 января 2017

1. Докажите неравенство $2015^{2017} \cdot 2017^{2015} < 2016^{4032}$.

2. Пусть AL — биссектриса треугольника ABC. Серединный перпендикуляр к отрезку AL пересекает окружность, описанную около треугольника ABC, в точках P и Q. Докажите, что окружность, описанная около треугольника PLQ, касается стороны BC.

3. На плоскости отметили все вершины правильного n-угольника, а также его центр. Затем нарисовали контур этого n-угольника, и центр соединили со всеми вершинами; в итоге n-угольник разбился на n треугольников. Вася записал в каждую отмеченную точку по числу (среди чисел могут быть равные). В каждый треугольник разбиения он записал в произвольном порядке три числа, стоящих в его вершинах; после этого он стёр числа в отмеченных точках. При каких n по тройкам чисел, записанным в треугольниках, Петя всегда сможет восстановить число в каждой отмеченной точке?

4. Простые числа p, q, r таковы, что $p + q + pq$ делится на r, $p + r + pr$ делится на q, $q + r + qr$ делится на p. Докажите, что $p = q = r$.

9 класс | Письменные задачи | 16 января 2017

1. Докажите неравенство $2015^{2017} \cdot 2017^{2015} < 2016^{4032}$.

2. Пусть AL — биссектриса треугольника ABC. Серединный перпендикуляр к отрезку AL пересекает окружность, описанную около треугольника ABC, в точках P и Q. Докажите, что окружность, описанная около треугольника PLQ, касается стороны BC.

3. На плоскости отметили все вершины правильного n-угольника, а также его центр. Затем нарисовали контур этого n-угольника, и центр соединили со всеми вершинами; в итоге n-угольник разбился на n треугольников. Вася записал в каждую отмеченную точку по числу (среди чисел могут быть равные). В каждый треугольник разбиения он записал в произвольном порядке три числа, стоящих в его вершинах; после этого он стёр числа в отмеченных точках. При каких n по тройкам чисел, записанным в треугольниках, Петя всегда сможет восстановить число в каждой отмеченной точке?

4. Простые числа p, q, r таковы, что $p + q + pq$ делится на r, $p + r + pr$ делится на q, $q + r + qr$ делится на p. Докажите, что $p = q = r$.

9 класс | Письменные задачи | 16 января 2017

1. Докажите неравенство $2015^{2017} \cdot 2017^{2015} < 2016^{4032}$.

2. Пусть AL — биссектриса треугольника ABC. Серединный перпендикуляр к отрезку AL пересекает окружность, описанную около треугольника ABC, в точках P и Q. Докажите, что окружность, описанная около треугольника PLQ, касается стороны BC.

3. На плоскости отметили все вершины правильного n-угольника, а также его центр. Затем нарисовали контур этого n-угольника, и центр соединили со всеми вершинами; в итоге n-угольник разбился на n треугольников. Вася записал в каждую отмеченную точку по числу (среди чисел могут быть равные). В каждый треугольник разбиения он записал в произвольном порядке три числа, стоящих в его вершинах; после этого он стёр числа в отмеченных точках. При каких n по тройкам чисел, записанным в треугольниках, Петя всегда сможет восстановить число в каждой отмеченной точке?

4. Простые числа p, q, r таковы, что $p + q + pq$ делится на r, $p + r + pr$ делится на q, $q + r + qr$ делится на p. Докажите, что $p = q = r$.