

1. На клетчатой доске 2016×2016 расставлены несколько шахматных коней. Каждую минуту какой-нибудь один из коней делает ход на свободное поле. Через некоторое время оказалось, что каждый конь побывал на всех полях ровно по одному разу и вернулся на исходное поле. Докажите, что был момент, когда все кони стояли не на своих полях.

2. Последовательность $\{a_n\}$ задана условиями $a_1 = 3$, $a_{n+1} = a_n^2 - 2$. Докажите, что все её члены попарно взаимно просты.

3. В клетках таблицы 4×4 стоят 16 чисел: нули и единицы. Известно, что в любых четырёх клетках, центры которых являются вершинами прямоугольника со сторонами, параллельными сторонам таблицы, сумма чисел не равна нулю. Какое наименьшее значение может принимать сумма всех чисел в таблице?

4. Для положительных чисел a, b, c докажите, что $\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{a+c}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} > 2$.

5. На окружности даны 6 точек. Разобьём их на две тройки произвольным образом. Обе эти тройки точек образуют треугольник. Проведём прямую через ортоцентры этих двух треугольников. Докажите, что эта прямая проходит через фиксированную точку вне зависимости от разбиения на тройки.

6. Вернувшись из отпуска, барон Мюнхгаузен рассказал: «Удивительная страна! Стоимости перелётов между всеми парами городов разные, но у всех циклических маршрутов, проходящих по всем городам, суммарная стоимость перелётов одинаковая». Известно, что городов не менее 2016 и что любые два из них соединены двусторонней авиалинией, причём стоимость перелёта между двумя городами одинаковая в обоих направлениях. Могли ли слова барона оказаться правдой?

7. В окружность вписан многоугольник $A_1 A_2 \dots A_n$, причём центр окружности находится внутри этого многоугольника. На его сторонах $A_1 A_2$, $A_2 A_3$, $\dots$, $A_n A_1$ выбраны точки B_1 , B_2 , $\dots$, B_n соответственно. Докажите, что

$$\frac{B_1 B_2}{A_1 A_3} + \frac{B_2 B_3}{A_2 A_4} + \dots + \frac{B_n B_1}{A_n A_2} > 1.$$

1. На клетчатой доске 2016×2016 расставлены несколько шахматных коней. Каждую минуту какой-нибудь один из коней делает ход на свободное поле. Через некоторое время оказалось, что каждый конь побывал на всех полях ровно по одному разу и вернулся на исходное поле. Докажите, что был момент, когда все кони стояли не на своих полях.

2. Последовательность $\{a_n\}$ задана условиями $a_1 = 3$, $a_{n+1} = a_n^2 - 2$. Докажите, что все её члены попарно взаимно просты.

3. В клетках таблицы 4×4 стоят 16 чисел: нули и единицы. Известно, что в любых четырёх клетках, центры которых являются вершинами прямоугольника со сторонами, параллельными сторонам таблицы, сумма чисел не равна нулю. Какое наименьшее значение может принимать сумма всех чисел в таблице?

4. Для положительных чисел a, b, c докажите, что $\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{a+c}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} > 2$.

5. На окружности даны 6 точек. Разобьём их на две тройки произвольным образом. Обе эти тройки точек образуют треугольник. Проведём прямую через ортоцентры этих двух треугольников. Докажите, что эта прямая проходит через фиксированную точку вне зависимости от разбиения на тройки.

6. Вернувшись из отпуска, барон Мюнхгаузен рассказал: «Удивительная страна! Стоимости перелётов между всеми парами городов разные, но у всех циклических маршрутов, проходящих по всем городам, суммарная стоимость перелётов одинаковая». Известно, что городов не менее 2016 и что любые два из них соединены двусторонней авиалинией, причём стоимость перелёта между двумя городами одинаковая в обоих направлениях. Могли ли слова барона оказаться правдой?

7. В окружность вписан многоугольник $A_1 A_2 \dots A_n$, причём центр окружности находится внутри этого многоугольника. На его сторонах $A_1 A_2$, $A_2 A_3$, $\dots$, $A_n A_1$ выбраны точки B_1 , B_2 , $\dots$, B_n соответственно. Докажите, что

$$\frac{B_1 B_2}{A_1 A_3} + \frac{B_2 B_3}{A_2 A_4} + \dots + \frac{B_n B_1}{A_n A_2} > 1.$$