

1. Какое наибольшее количество клеток можно отметить в таблице 13×13 так, чтобы центры никаких четырех отмеченных клеток не образовывали прямоугольник со сторонами, параллельными линиям сетки?

2. В классе 31 человек. В течение всего мая они каждый день ходили группами в кафе. Оказалось, что каждый день в кафе приходило хотя бы два человека из класса и любые два человека встретились в кафе за этот месяц ровно по разу. Правда ли, что один человек посетил кафе за этот месяц 30 раз?

3. Алфавит состоит из n букв, словом считается любая последовательность из k букв алфавита. Два слова *похожи*, если они различаются ровно в одной букве. В какое наименьшее число цветов можно раскрасить все слова так, чтобы любые два похожих слова были разного цвета?

4. В шахматном кружке занимается 16 детей. Каждое воскресенье какие-то 6 кружковцев собираются у одного из них на даче и играют однокруговой шахматный турнир. Могло ли оказаться так, что за несколько недель кружковцы провели полный двухкруговой турнир?

5. 100 пиратов нашли клад из 2016 монет и начинают его делить. Они по очереди предъявляют способ поделить монеты, после чего голосуют за или против данного дележа. Если хотя бы половина пиратов голосует за, то дележ принимается, в противном случае пирата, предложившего способ разделения убивают, и способ деления предлагает следующий. Для каждого пирата основная задача — выжить, а при условии выживания — получить как можно больше монет. Как распределятся монеты, если: (а) пираты миролюбивые и хотят убить как можно меньшее количество людей; (б) пираты кровожадные и хотят убить как можно большее число людей? (При этом полученная прибыль для пирата по-прежнему важнее жизни остальных пиратов).

6. В игре "Десант" две армии захватывают страну. Они ходят по очереди, каждым ходом занимая один из свободных городов. Первый свой город армия захватывает с воздуха, а каждым следующим ходом она может захватить любой город, соединённый дорогой с каким-нибудь уже занятым этой армией городом. Если таких городов нет, армия прекращает боевые действия (при этом, возможно, другая армия свои действия продолжает). Найдётся ли такая схема городов и дорог, что армия, ходящая второй, сможет захватить более половины всех городов, как бы ни действовала первая армия?

7. На доске записаны натуральные числа от 1 до 9. Игорь и Сережа играют в игру. Они по очереди стирают одно число с доски и записывают его себе в тетрадь. Выигрывает тот, кто первым получит в своей тетради три числа с суммой 15; первым ходит Игорь. Кто выигрывает при правильной игре?

8. Фокусник и ассистент показывают следующий фокус. Один из зрителей пишет на доске последовательность из n цифр. Ассистент закрывает чёрной табличкой любые две соседние цифры. Затем входит фокусник. Его цель — отгадать обе закрытые цифры (и в каком они порядке). При каком наименьшем n фокус осуществим вне зависимости от последовательности, которую предложит зритель?