9 класс | Оценка+пример | 1 декабря 2016

1. Имеется 24 карандаша четырех цветов – по 6 карандашей каждого цвета. Их раздали 6 ребятам так, что каждый получил по 4 карандаша. Какое наименьшее количество ребят всегда можно выбрать, чтобы у них гарантированно нашлись карандаши всех цветов, вне зависимости от распределения карандашей?

2. У каждого из 1000 гномов есть колпак, синий снаружи и красный внутри (или наоборот). Если на гноме надет красный колпак, то он может только лгать, а если синий – только говорить правду. На протяжении одного дня каждый гном сказал каждому: «На тебе красный колпак!» (при этом некоторые гномы в течение дня выворачивали свой колпак наизнанку). Найдите наименьшее возможное количество выворачиваний.

3. На окружности отмечены 2016 точек, делящих ее на равные дуги. Из них выбрали k точек и построили выпуклый k-угольник с вершинами в выбранных точках. При каком наибольшем k могло оказаться, что у этого многоугольника нет параллельных сторон?

4. На доске нарисован выпуклый 2016-угольник. Петя последовательно проводит в нём диагонали так, чтобы каждая вновь проведённая диагональ пересекала по внутренним точкам не более одной из проведённых ранее диагоналей. Какое наибольшее количество диагоналей может провести Петя?

5. Дорога протяженностью 1 км полностью освещена фонарями, причем каждый фонарь освещает отрезок дороги длиной 1 м. Какое наибольшее количество фонарей может быть на дороге, если известно, что после выключения любого фонаря дорога будет освещена уже не полностью?

6. Какое минимальное количество клеток можно закрасить черным в белом квадрате 300×300, чтобы никакие три черные клетки не образовывали уголок, а после закрашивания любой белой клетки это условие нарушалось?

7. На берегу круглого острова Гдетотам расположено 20 деревень, в каждой живет по 20 борцов. Был проведен турнир, в котором каждый борец встретился со всеми борцами из всех других деревень. Деревня A считается *сильнее* деревни B, если хотя бы k поединков между борцами из этих деревень заканчивается победой борца из деревни A. Выяснилось, что каждая деревня сильнее следующей за ней по часовой стрелке. Какое наибольшее значение может иметь k? (У всех борцов разная сила, и в поединке всегда побеждает сильнейший.)

9 класс | Оценка+пример | 1 декабря 2016

1. Имеется 24 карандаша четырех цветов – по 6 карандашей каждого цвета. Их раздали 6 ребятам так, что каждый получил по 4 карандаша. Какое наименьшее количество ребят всегда можно выбрать, чтобы у них гарантированно нашлись карандаши всех цветов, вне зависимости от распределения карандашей?

2. У каждого из 1000 гномов есть колпак, синий снаружи и красный внутри (или наоборот). Если на гноме надет красный колпак, то он может только лгать, а если синий – только говорить правду. На протяжении одного дня каждый гном сказал каждому: «На тебе красный колпак!» (при этом некоторые гномы в течение дня выворачивали свой колпак наизнанку). Найдите наименьшее возможное количество выворачиваний.

3. На окружности отмечены 2016 точек, делящих ее на равные дуги. Из них выбрали k точек и построили выпуклый k-угольник с вершинами в выбранных точках. При каком наибольшем k могло оказаться, что у этого многоугольника нет параллельных сторон?

4. На доске нарисован выпуклый 2016-угольник. Петя последовательно проводит в нём диагонали так, чтобы каждая вновь проведённая диагональ пересекала по внутренним точкам не более одной из проведённых ранее диагоналей. Какое наибольшее количество диагоналей может провести Петя?

5. Дорога протяженностью 1 км полностью освещена фонарями, причем каждый фонарь освещает отрезок дороги длиной 1 м. Какое наибольшее количество фонарей может быть на дороге, если известно, что после выключения любого фонаря дорога будет освещена уже не полностью?

6. Какое минимальное количество клеток можно закрасить черным в белом квадрате 300×300, чтобы никакие три черные клетки не образовывали уголок, а после закрашивания любой белой клетки это условие нарушалось?

7. На берегу круглого острова Гдетотам расположено 20 деревень, в каждой живет по 20 борцов. Был проведен турнир, в котором каждый борец встретился со всеми борцами из всех других деревень. Деревня A считается *сильнее* деревни B, если хотя бы k поединков между борцами из этих деревень заканчивается победой борца из деревни A. Выяснилось, что каждая деревня сильнее следующей за ней по часовой стрелке. Какое наибольшее значение может иметь k? (У всех борцов разная сила, и в поединке всегда побеждает сильнейший.)