9 класс **Преобразования плоскости** 21 ноября 2016

1. На биссектрисе внешнего угла $\angle C$ треугольника ABC взята точка M. Докажите, что $AC + CB < AM + MB$.

2. На отрезке AE по одну сторону от него построены равносторонние треугольники ABC и CDE (точка C лежит на отрезке AE). Точки M и P – середины отрезков AD и BE. Докажите, что треугольник CPM — равносторонний.

3. Равные окружности S_1 и S_2 касаются окружности S внутренним образом в точках A_1 и A_2. Произвольная точка C окружности S соединена отрезками с точками A_1 и A_2. Эти отрезки пересекают окружности S_1 и S_2 в точках B_1 и B_2. Докажите, что $A_1A_2 \parallel B_1B_2$.

4. Точка Торричелли. Пусть T – точка плоскости такая, что сумма расстояний от неё до вершин данного остроугольного треугольника минимальна. Докажите, что все стороны треугольника видны из неё под углом 120°.

5. Окружность пересекает стороны AC, BC и AB треугольника в точках B_1 и B_2, A_1 и A_2, C_1 и C_2 соответственно. Оказалось, что перпендикуляры к сторонам BC, AC и AB, восстановленные в точках A_1, B_1 и C_1 соответственно, пересекаются в одной точке. Докажите, что перпендикуляры к тем же сторонам, восстановленные в точках A_2, B_2 и C_2, также пересекаются в одной точке.

6. На лугу, имеющем форму квадрата, имеется круглая лунка. По лугу прыгает кузнечик. Перед каждым прыжком он выбирает вершину квадрата и прыгает по направлению к ней. Длина прыжка равна половине расстояния до этой вершины. Сможет ли кузнечик попасть в лунку?

7. В квадрате со стороной 1 расположена фигура, расстояние между любыми двумя точками которой не равно 0,001. Докажите, что площадь этой фигуры не превосходит **а)** 0,34; **б)** 0,287.

8. Муравей сидит в центре правильного треугольника со стороной 1. По одной из сторон этого треугольника размазано малиновое варенье, по другой — клубничное, а по третьей — вишнёвое. Муравей выползает из центра, ползает по треугольнику и возвращается обратно в центр. Какое наименьшее расстояние ему необходимо проползти, если он хочет по пути попробовать все 3 вида варенья?

9 класс **Преобразования плоскости** 21 ноября 2016

1. На биссектрисе внешнего угла $\angle C$ треугольника ABC взята точка M. Докажите, что $AC + CB < AM + MB$.

2. На отрезке AE по одну сторону от него построены равносторонние треугольники ABC и CDE (точка C лежит на отрезке AE). Точки M и P – середины отрезков AD и BE. Докажите, что треугольник CPM — равносторонний.

3. Равные окружности S_1 и S_2 касаются окружности S внутренним образом в точках A_1 и A_2. Произвольная точка C окружности S соединена отрезками с точками A_1 и A_2. Эти отрезки пересекают окружности S_1 и S_2 в точках B_1 и B_2. Докажите, что $A_1A_2 \parallel B_1B_2$.

4. Точка Торричелли. Пусть T – точка плоскости такая, что сумма расстояний от неё до вершин данного остроугольного треугольника минимальна. Докажите, что все стороны треугольника видны из неё под углом 120°.

5. Окружность пересекает стороны AC, BC и AB треугольника в точках B_1 и B_2, A_1 и A_2, C_1 и C_2 соответственно. Оказалось, что перпендикуляры к сторонам BC, AC и AB, восстановленные в точках A_1, B_1 и C_1 соответственно, пересекаются в одной точке. Докажите, что перпендикуляры к тем же сторонам, восстановленные в точках A_2, B_2 и C_2, также пересекаются в одной точке.

6. На лугу, имеющем форму квадрата, имеется круглая лунка. По лугу прыгает кузнечик. Перед каждым прыжком он выбирает вершину квадрата и прыгает по направлению к ней. Длина прыжка равна половине расстояния до этой вершины. Сможет ли кузнечик попасть в лунку?

7. В квадрате со стороной 1 расположена фигура, расстояние между любыми двумя точками которой не равно 0,001. Докажите, что площадь этой фигуры не превосходит **а)** 0,34; **б)** 0,287.

8. Муравей сидит в центре правильного треугольника со стороной 1. По одной из сторон этого треугольника размазано малиновое варенье, по другой — клубничное, а по третьей — вишнёвое. Муравей выползает из центра, ползает по треугольнику и возвращается обратно в центр. Какое наименьшее расстояние ему необходимо проползти, если он хочет по пути попробовать все 3 вида варенья?