9 класс | Письменные задачи | 21 ноября 2016

1. Ожерелье состоит из 100 синих и некоторого количества красных бусин, нанизанных на нить в форме окружности. Известно, что на любом отрезке ожерелья, содержащем 8 бусин, есть не менее 5 красных. Какое наименьшее количество красных бусин может быть в ожерелье?

2. Натуральные числа a и b таковы, что $a^3+b^3 \vdots a^2+ab+b^2$, причём число $a-b$ — простое. Докажите, что a^3-b^3 — точная четвертая степень.

3. Количество участников олимпиады превосходит число задач более, чем в k раз. Известно, что каждый участник решил хотя бы одну задачу. Докажите, что найдётся такой участник, что каждую из решённых им задач решило ещё хотя бы k участников.

4. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность ω с центром O. Биссектриса угла $\angle ABD$ пересекает сторону AD в точке K, а окружность ω в точке M; биссектриса угла $\angle CBD$ пересекает сторону CD в точке L, а окружность ω в точке N. Известно, что $KL \parallel MN$. Докажите, что описанная окружность треугольника MON проходит через середину BD.

9 класс | Письменные задачи | 21 ноября 2016

1. Ожерелье состоит из 100 синих и некоторого количества красных бусин, нанизанных на нить в форме окружности. Известно, что на любом отрезке ожерелья, содержащем 8 бусин, есть не менее 5 красных. Какое наименьшее количество красных бусин может быть в ожерелье?

2. Натуральные числа a и b таковы, что $a^3+b^3 \vdots a^2+ab+b^2$, причём число $a-b$ — простое. Докажите, что a^3-b^3 — точная четвертая степень.

3. Количество участников олимпиады превосходит число задач более, чем в k раз. Известно, что каждый участник решил хотя бы одну задачу. Докажите, что найдётся такой участник, что каждую из решённых им задач решило ещё хотя бы k участников.

4. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность ω с центром O. Биссектриса угла $\angle ABD$ пересекает сторону AD в точке K, а окружность ω в точке M; биссектриса угла $\angle CBD$ пересекает сторону CD в точке L, а окружность ω в точке N. Известно, что $KL \parallel MN$. Докажите, что описанная окружность треугольника MON проходит через середину BD.

9 класс | Письменные задачи | 21 ноября 2016

1. Ожерелье состоит из 100 синих и некоторого количества красных бусин, нанизанных на нить в форме окружности. Известно, что на любом отрезке ожерелья, содержащем 8 бусин, есть не менее 5 красных. Какое наименьшее количество красных бусин может быть в ожерелье?

2. Натуральные числа a и b таковы, что $a^3+b^3 \vdots a^2+ab+b^2$, причём число $a-b$ — простое. Докажите, что a^3-b^3 — точная четвертая степень.

3. Количество участников олимпиады превосходит число задач более, чем в k раз. Известно, что каждый участник решил хотя бы одну задачу. Докажите, что найдётся такой участник, что каждую из решённых им задач решило ещё хотя бы k участников.

4. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность ω с центром O. Биссектриса угла $\angle ABD$ пересекает сторону AD в точке K, а окружность ω в точке M; биссектриса угла $\angle CBD$ пересекает сторону CD в точке L, а окружность ω в точке N. Известно, что $KL \parallel MN$. Докажите, что описанная окружность треугольника MON проходит через середину BD.

9 класс | Письменные задачи | 21 ноября 2016

1. Ожерелье состоит из 100 синих и некоторого количества красных бусин, нанизанных на нить в форме окружности. Известно, что на любом отрезке ожерелья, содержащем 8 бусин, есть не менее 5 красных. Какое наименьшее количество красных бусин может быть в ожерелье?

2. Натуральные числа a и b таковы, что $a^3+b^3 \vdots a^2+ab+b^2$, причём число $a-b$ — простое. Докажите, что a^3-b^3 — точная четвертая степень.

3. Количество участников олимпиады превосходит число задач более, чем в k раз. Известно, что каждый участник решил хотя бы одну задачу. Докажите, что найдётся такой участник, что каждую из решённых им задач решило ещё хотя бы k участников.

4. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность ω с центром O. Биссектриса угла $\angle ABD$ пересекает сторону AD в точке K, а окружность ω в точке M; биссектриса угла $\angle CBD$ пересекает сторону CD в точке L, а окружность ω в точке N. Известно, что $KL \parallel MN$. Докажите, что описанная окружность треугольника MON проходит через середину BD.