

1. В стране n городов. Между каждыми двумя из них проложена либо автомобильная, либо железная дорога. Турист хочет объехать страну, побывав в каждом городе ровно один раз, и вернуться в город, с которого он начинал путешествие. Докажите, что турист может выбрать город, с которого он начнет путешествие, и маршрут так, что ему придётся поменять вид транспорта не более одного раза.

2. В стране 1000 городов и несколько дорог. Каждая дорога соединяет два каких-то города, дороги не пересекаются. Из каждого города можно добраться до любого другого, двигаясь по дорогам. Докажите, что можно объехать несколько дорог главными так, чтобы из каждого города выходило нечётное число главных дорог.

3. В стране несколько городов, причем между любыми двумя городами существует единственный несамопересекающийся путь по дорогам. Известно, что в стране 2016 городов, из которых исходит одна дорога. Докажите, что можно построить 1008 новых дорог так, чтобы при закрытии любой дороги между любыми двумя городами существовал путь.

4. В стране каждые два города соединены дорогой с односторонним движением. (a) Докажите, что существует маршрут, проходящий по всем городам по одному разу. (b) Оказалось, что из любого города, проехав по дорогам, можно попасть в любой другой. Докажите, что можно проехать по городам, побывав в каждом по разу и вернувшись в начальный город.

5. В академии наук Швамбрании любые два математика обсуждают науку либо по личной почте либо по корпоративной. Докажите, что академия наук может либо перестать поддерживать корпоративную либо запретить математикам обсуждать науку по личной почте так, чтобы после этого любой математик мог с помощью других рассказать любому другому о своих результатах.

6. В городе Никитовка двустороннее движение. В течение двух лет в городе проходил ремонт всех дорог. Вследствие этого в первый год на некоторых дорогах было введено одностороннее движение. На следующий год на этих дорогах было восстановлено двустороннее движение, а на остальных дорогах введено одностороннее движение. Известно, что в каждый момент ремонта можно было проехать из любой точки города в любую другую. Доказать, что в Никитовке можно ввести одностороннее движение так, что из каждой точки города удастся проехать в любую другую точку.

7. На окружности имеется 21 точка. Докажите, что среди дуг, имеющих концами эти точки, найдётся не меньше ста таких, угловая мера которых не превышает 120° .

8. В стране 2000 городов, некоторые пары городов соединены дорогами. Известно, что через любой город проходит не более N различных несамопересекающихся циклических маршрутов нечётной длины. Докажите, что страну можно разделить на $N + 2$ республики так, чтобы никакие два города из одной республики не были соединены дорогой.

1. В стране n городов. Между каждыми двумя из них проложена либо автомобильная, либо железная дорога. Турист хочет объехать страну, побывав в каждом городе ровно один раз, и вернуться в город, с которого он начинал путешествие. Докажите, что турист может выбрать город, с которого он начнет путешествие, и маршрут так, что ему придётся поменять вид транспорта не более одного раза.

2. В стране 1000 городов и несколько дорог. Каждая дорога соединяет два каких-то города, дороги не пересекаются. Из каждого города можно добраться до любого другого, двигаясь по дорогам. Докажите, что можно объехать несколько дорог главными так, чтобы из каждого города выходило нечётное число главных дорог.

3. В стране несколько городов, причем между любыми двумя городами существует единственный несамопересекающийся путь по дорогам. Известно, что в стране 2016 городов, из которых исходит одна дорога. Докажите, что можно построить 1008 новых дорог так, чтобы при закрытии любой дороги между любыми двумя городами существовал путь.

4. В стране каждые два города соединены дорогой с односторонним движением. (a) Докажите, что существует маршрут, проходящий по всем городам по одному разу. (b) Оказалось, что из любого города, проехав по дорогам, можно попасть в любой другой. Докажите, что можно проехать по городам, побывав в каждом по разу и вернувшись в начальный город.

5. В академии наук Швамбрании любые два математика обсуждают науку либо по личной почте либо по корпоративной. Докажите, что академия наук может либо перестать поддерживать корпоративную либо запретить математикам обсуждать науку по личной почте так, чтобы после этого любой математик мог с помощью других рассказать любому другому о своих результатах.

6. В городе Никитовка двустороннее движение. В течение двух лет в городе проходил ремонт всех дорог. Вследствие этого в первый год на некоторых дорогах было введено одностороннее движение. На следующий год на этих дорогах было восстановлено двустороннее движение, а на остальных дорогах введено одностороннее движение. Известно, что в каждый момент ремонта можно было проехать из любой точки города в любую другую. Доказать, что в Никитовке можно ввести одностороннее движение так, что из каждой точки города удастся проехать в любую другую точку.

7. На окружности имеется 21 точка. Докажите, что среди дуг, имеющих концами эти точки, найдётся не меньше ста таких, угловая мера которых не превышает 120° .

8. В стране 2000 городов, некоторые пары городов соединены дорогами. Известно, что через любой город проходит не более N различных несамопересекающихся циклических маршрутов нечётной длины. Докажите, что страну можно разделить на $N + 2$ республики так, чтобы никакие два города из одной республики не были соединены дорогой.