9 класс **Письменные задачи** 10 октября 2016

1. Можно ли раскрасить все точки трёхмерного пространства в 2016 цветов так, чтобы на каждом отрезке в пространстве встречались все 2016 цветов?

2. Решите систему уравнений $\begin{cases} y^2 = x^3 - 3x^2 + 2x, \\ x^2 = y^3 - 3y^2 + 2y. \end{cases}$

3. На сторонах AB, BC, CD, DA выпуклого четырёхугольника $ABCD$ выбраны точки K, L, M, N соответственно. Оказалось, что пятиугольники $ABLMD$ и $BCDNK$ являются вписанными, и $LM=KN$. Докажите, что $\angle BAD = \angle BCD$.

4. Назовём натуральное число n *квазисовершенным*, если сумма всех его натуральных делителей (включая n) равна $2n-1$. Кроме того, для каждого натурального n обозначим через $s(n)$ сумму остатков от деления n на все натуральные числа, меньшие n. Докажите, что n квазисовершенно тогда и только тогда, когда $s(n) = s(n-1)$.

9 класс **Письменные задачи** 10 октября 2016

1. Можно ли раскрасить все точки трёхмерного пространства в 2016 цветов так, чтобы на каждом отрезке в пространстве встречались все 2016 цветов?

2. Решите систему уравнений $\begin{cases} y^2 = x^3 - 3x^2 + 2x, \\ x^2 = y^3 - 3y^2 + 2y. \end{cases}$

3. На сторонах AB, BC, CD, DA выпуклого четырёхугольника $ABCD$ выбраны точки K, L, M, N соответственно. Оказалось, что пятиугольники $ABLMD$ и $BCDNK$ являются вписанными, и $LM=KN$. Докажите, что $\angle BAD = \angle BCD$.

4. Назовём натуральное число n *квазисовершенным*, если сумма всех его натуральных делителей (включая n) равна $2n-1$. Кроме того, для каждого натурального n обозначим через $s(n)$ сумму остатков от деления n на все натуральные числа, меньшие n. Докажите, что n квазисовершенно тогда и только тогда, когда $s(n) = s(n-1)$.

9 класс **Письменные задачи** 10 октября 2016

1. Можно ли раскрасить все точки трёхмерного пространства в 2016 цветов так, чтобы на каждом отрезке в пространстве встречались все 2016 цветов?

2. Решите систему уравнений $\begin{cases} y^2 = x^3 - 3x^2 + 2x, \\ x^2 = y^3 - 3y^2 + 2y. \end{cases}$

3. На сторонах AB, BC, CD, DA выпуклого четырёхугольника $ABCD$ выбраны точки K, L, M, N соответственно. Оказалось, что пятиугольники $ABLMD$ и $BCDNK$ являются вписанными, и $LM=KN$. Докажите, что $\angle BAD = \angle BCD$.

4. Назовём натуральное число n *квазисовершенным*, если сумма всех его натуральных делителей (включая n) равна $2n-1$. Кроме того, для каждого натурального n обозначим через $s(n)$ сумму остатков от деления n на все натуральные числа, меньшие n. Докажите, что n квазисовершенно тогда и только тогда, когда $s(n) = s(n-1)$.

9 класс **Письменные задачи** 10 октября 2016

1. Можно ли раскрасить все точки трёхмерного пространства в 2016 цветов так, чтобы на каждом отрезке в пространстве встречались все 2016 цветов?

2. Решите систему уравнений $\begin{cases} y^2 = x^3 - 3x^2 + 2x, \\ x^2 = y^3 - 3y^2 + 2y. \end{cases}$

3. На сторонах AB, BC, CD, DA выпуклого четырёхугольника $ABCD$ выбраны точки K, L, M, N соответственно. Оказалось, что пятиугольники $ABLMD$ и $BCDNK$ являются вписанными, и $LM=KN$. Докажите, что $\angle BAD = \angle BCD$.

4. Назовём натуральное число n *квазисовершенным*, если сумма всех его натуральных делителей (включая n) равна $2n-1$. Кроме того, для каждого натурального n обозначим через $s(n)$ сумму остатков от деления n на все натуральные числа, меньшие n. Докажите, что n квазисовершенно тогда и только тогда, когда $s(n) = s(n-1)$.