

1. Для действительных чисел x и y докажите неравенство

$$x^4 + y^4 + 8 \geq 8xy.$$

2. Для натуральных чисел a, b, c докажите неравенство

$$a2^a + b2^b + c2^c \geq a2^b + b2^c + c2^a.$$

3. Для положительных чисел a, b, c докажите неравенство

$$abc \geq (a + b - c)(a + c - b)(b + c - a).$$

4. Неотрицательные числа a, b, c таковы, что $a + b + c = 1$. Докажите неравенство $1 + 12abc \geq 4(ab + bc + ac)$.

5. При каком $x \in [0, 1]$ функция $f(x) = x(1 - x)^{101}$ принимает наибольшее значение?

6. Положительные числа a, b, c таковы, что $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$. Докажите неравенство

$$\frac{a}{a^2 + b^2} + \frac{b}{b^2 + c^2} + \frac{c}{c^2 + a^2} \leq \frac{1}{2}.$$

7. Положительные числа x, y, z таковы, что $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Докажите неравенство

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq x + y + z.$$

8. Числа a, b, c — длины сторон некоторого треугольника. Известно, что $ab + bc + ca = 1$. Докажите неравенство

$$(a + 1)(b + 1)(c + 1) < 4.$$

1. Для действительных чисел x и y докажите неравенство

$$x^4 + y^4 + 8 \geq 8xy.$$

2. Для натуральных чисел a, b, c докажите неравенство

$$a2^a + b2^b + c2^c \geq a2^b + b2^c + c2^a.$$

3. Для положительных чисел a, b, c докажите неравенство

$$abc \geq (a + b - c)(a + c - b)(b + c - a).$$

4. Неотрицательные числа a, b, c таковы, что $a + b + c = 1$. Докажите неравенство $1 + 12abc \geq 4(ab + bc + ac)$.

5. При каком $x \in [0, 1]$ функция $f(x) = x(1 - x)^{101}$ принимает наибольшее значение?

6. Положительные числа a, b, c таковы, что $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$. Докажите неравенство

$$\frac{a}{a^2 + b^2} + \frac{b}{b^2 + c^2} + \frac{c}{c^2 + a^2} \leq \frac{1}{2}.$$

7. Положительные числа x, y, z таковы, что $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Докажите неравенство

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq x + y + z.$$

8. Числа a, b, c — длины сторон некоторого треугольника. Известно, что $ab + bc + ca = 1$. Докажите неравенство

$$(a + 1)(b + 1)(c + 1) < 4.$$