

1. Имеется несколько одинаковых квадратов, вершины каждого из которых поместили цифрами 1, 2, 3 и 4. Квадраты сложили в стопку вершина к вершине. Может ли при этом оказаться так, что суммы чисел при каждой из четырёх вершин стопки одинаковы и равны 2016?

2. У царя Гвидона было три сына. Из его потомков 100 имели по два сына, а остальные вообще не имели детей. Сколько потомков было у царя Гвидона?

3. Туристическая фирма провела акцию: "Купи путёвку в Египет, приведи четырёх друзей, которые также купят путёвку, и получи стоимость путёвки обратно!" За всё время действия акции 13 людей пришли сами, а остальных привели друзья. При этом некоторые привели ровно по 4 друга, а остальные 100 не привели никого. Сколько туристов отправилось в страну пирамид бесплатно?

4. В классе 21 ученик. Каждый день какие-то пары из них жмут друг другу руки, а какие-то — нет. Известно, что всего за месяц было совершено 2016 рукопожатий. Докажите, что можно выделить группу из шестерых человек так, чтобы между детьми из этой группы было совершено не менее 144 рукопожатий.

5. Во взводе 10 человек. В каждый из 100 дней какие-то четверо назначались дежурными. Докажите, что какие-то двое были вместе на дежурстве не менее 14 раз.

6. Среди 90 человек у каждого не менее 10 друзей. Докажите, что любой человек может пригласить в гости трёх других так, что среди четырёх собравшихся у каждого будет не менее двух друзей.

7. Остроугольный треугольник разрезали прямолинейным разрезом на две части (не обязательно треугольные), затем одну из этих частей — опять на две части, и так далее: на каждом шагу выбирали любую одну из имеющихся частей и разрезали её (по прямой) на две части. Через несколько шагов оказалось, что исходный треугольник распался на несколько треугольников. Могут ли все они быть тупоугольными?

8. В стране 2000 городов. Каждый город связан беспосадочными двусторонними авиалиниями с некоторыми другими городами, причём для каждого города число исходящих из него авиалиний есть степень двойки. Для каждого города статист подсчитал количество маршрутов, имеющих не более одной пересадки, связывающих данный город с другими городами, а затем просуммировал полученные результаты по всем 2000 городам. Могло ли у него получиться 100000?

9. Рассмотрим все треугольники с вершинами в вершинах выпуклого 1000-угольника. Докажите, что любая точка, не лежащая на сторонах таких треугольников, покрыта чётным числом из них.

1. Имеется несколько одинаковых квадратов, вершины каждого из которых поместили цифрами 1, 2, 3 и 4. Квадраты сложили в стопку вершина к вершине. Может ли при этом оказаться так, что суммы чисел при каждой из четырёх вершин стопки одинаковы и равны 2016?

2. У царя Гвидона было три сына. Из его потомков 100 имели по два сына, а остальные вообще не имели детей. Сколько потомков было у царя Гвидона?

3. Туристическая фирма провела акцию: "Купи путёвку в Египет, приведи четырёх друзей, которые также купят путёвку, и получи стоимость путёвки обратно!" За всё время действия акции 13 людей пришли сами, а остальных привели друзья. При этом некоторые привели ровно по 4 друга, а остальные 100 не привели никого. Сколько туристов отправилось в страну пирамид бесплатно?

4. В классе 21 ученик. Каждый день какие-то пары из них жмут друг другу руки, а какие-то — нет. Известно, что всего за месяц было совершено 2016 рукопожатий. Докажите, что можно выделить группу из шестерых человек так, чтобы между детьми из этой группы было совершено не менее 144 рукопожатий.

5. Во взводе 10 человек. В каждый из 100 дней какие-то четверо назначались дежурными. Докажите, что какие-то двое были вместе на дежурстве не менее 14 раз.

6. Среди 90 человек у каждого не менее 10 друзей. Докажите, что любой человек может пригласить в гости трёх других так, что среди четырёх собравшихся у каждого будет не менее двух друзей.

7. Остроугольный треугольник разрезали прямолинейным разрезом на две части (не обязательно треугольные), затем одну из этих частей — опять на две части, и так далее: на каждом шагу выбирали любую одну из имеющихся частей и разрезали её (по прямой) на две части. Через несколько шагов оказалось, что исходный треугольник распался на несколько треугольников. Могут ли все они быть тупоугольными?

8. В стране 2000 городов. Каждый город связан беспосадочными двусторонними авиалиниями с некоторыми другими городами, причём для каждого города число исходящих из него авиалиний есть степень двойки. Для каждого города статист подсчитал количество маршрутов, имеющих не более одной пересадки, связывающих данный город с другими городами, а затем просуммировал полученные результаты по всем 2000 городам. Могло ли у него получиться 100000?

9. Рассмотрим все треугольники с вершинами в вершинах выпуклого 1000-угольника. Докажите, что любая точка, не лежащая на сторонах таких треугольников, покрыта чётным числом из них.