

Серия 17. Геометрический разнобой

1. Треугольник ABC равнобедренный ($AB = BC$). Точка M - середина стороны AB , точка P - середина отрезка CM , точка N делит сторону BC в отношении 3:1 (считая от вершины B). Докажите, что $AP = MN$.

2. В неравнобедренном треугольнике ABC биссектрисы AA_1, BB_1, CC_1 пересекаются в точке I . Найдите угол C , если $A_1I = B_1I$

3. Дан треугольник ABC . На его стороне AB выбирается точка P и через неё проводятся прямые PM и PN , параллельные AC и BC соответственно (точки M и N лежат на сторонах BC и AC); Q - точка пересечения описанных окружностей треугольников APN и BPM . Докажите, что все прямые PQ проходят через фиксированную точку.

4. На отрезке AC отмечена точка B . Треугольники ABX и BCY - равносторонние и лежат в одной полуплоскости относительно прямой AC . Докажите, что точка B и середины отрезков AU и CX являются вершинами правильного треугольника.

5. На стороне AB прямоугольника $ABCD$ выбрана точка M . Через эту точку проведён перпендикуляр к прямой CM , который пересекает сторону AD в точке E . Точка P - основание перпендикуляра, опущенного из точки M на прямую CE . Найдите угол APB

6. На медиане AM треугольника ABC нашлась такая точка K , что $AK = BM$. Кроме того, $\angle AMC = 60^\circ$. Докажите, что $AC = BK$

Письменное домашнее задание.

1. Четырёхугольник $ABCD$ - вписанный, $AB = AD$. На стороне BC взята точка M , а на стороне CD - точка N так, что угол MAN равен половине угла BAD . Докажите, что $MN = BM + ND$.

2. Треугольник тремя биссектрисами разделён на 6 маленьких треугольников, у которых равны периметры. Докажите, что треугольник правильный.