

Серия 13. Оценка + пример

1. Десять футбольных команд сыграли каждая с каждой по одному разу. В результате у каждой команды оказалось ровно по x очков. Каково наибольшее возможное значение x ? За победу дается 3 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0 очков.

2. Учитель записал Пете в тетрадь четыре различных натуральных числа. Для каждой пары этих чисел Петя нашел их наибольший общий делитель. У него получились шесть чисел: 1, 2, 3, 4, 5 и N , где $N > 5$. Какое наименьшее значение может иметь число N ?

3. Правильный треугольник со стороной 3 разбит на девять правильных клеток - треугольников со стороной 1. В этих клетках изначально записаны нули. За один ход можно выбрать два числа, находящиеся в соседних по стороне клетках, и либо прибавить к обоим по единице, либо вычесть из обоих по единице. Петя хочет сделать несколько ходов так, чтобы после этого в клетках оказались записаны в некотором порядке последовательные натуральные числа $n, n + 1, \dots, n + 8$. При каких n он сможет это сделать?

4. Какое наименьшее количество трехклеточных уголков можно разместить в квадрате 8×8 так, чтобы в этот квадрат больше нельзя было поместить ни одного такого уголка?

5. Прямую палку длиной 2 метра распилили на N палочек, длина каждой из которых выражается целым числом сантиметров. При каком наименьшем N можно гарантировать, что, используя все получившиеся палочки, можно, не ломая их, сложить контур некоторого прямоугольника?

6. В таблице $2n \times 2n$ закрасили в чёрный цвет k клеток. При каком наибольшем k все чёрные клетки можно гарантированно покрыть n строками и n столбцами?

7. Есть 1000 яблок, которые надо разложить в 10 пакетов по 100 яблок в каждом. Оказалось, что при любой такой раскладке найдутся хотя бы два пакета одинакового веса. При каком наибольшем k можно заведомо утверждать, что найдутся k яблок одинакового веса?

Письменное домашнее задание.

1. Какое наименьшее количество звеньев может быть в замкнутой ломаной, каждое звено которой пересекается ровно с одним из остальных звеньев?

2. Среди актеров театра Карабаса Барабаса прошёл шахматный турнир. Каждый участник сыграл с каждым из остальных ровно один раз. За победу давали один сольдо, за ничью — полсольдо, за поражение не давалось ничего. Оказалось, что среди каждых трёх участников найдётся шахматист, заработавший в партиях с двумя другими ровно 1,5 сольдо. Какое наибольшее количество актеров могло участвовать в таком турнире?

3. В выпуклом n -угольнике проведено несколько диагоналей. Проведённая диагональ называется хорошей, если она пересекается (по внутренним точкам) ровно с одной из других проведённых диагоналей. Найдите наибольшее возможное количество хороших диагоналей.