Вписанные углы 2

1. В остроугольном треугольнике ABC высоты AA_1, BB_1 и CC_1 пересекаются в точке H. Докажите, что H — точка пересечения биссектрис треугольника $A_1B_1C_1$.

2. Две окружности пересекаются в точках P и Q. Через P проходит прямая AB, причём A лежит на первой окружности, а B — на второй. Через Q проходит прямая CD, причём C лежит на первой окружности, а D — на второй. Докажите, что $AC \parallel BD$.

3. Пусть O — центр описанной окружности треугольника ABC, а H — его ортоцентр. Докажите, что $\angle ABO = \angle CBH$.

4. Касательная в точке A к описанной окружности треугольника ABC пересекает прямую BC в точке E; AD — биссектриса треугольника ABC. Докажите, что $AE = ED$.

5. Даны окружности S_1, S_2 и S_3, проходящие через точку X. Вторая точка пересечения окружностей S_1 и S_2 — точка P, S_2 и S_3 — точка Q, S_3 и S_1 — точка R. На окружности S_1 выбрана произвольная точка A. Вторая точка пересечения прямой AP с S_2 — точка B, прямой AR с S_3 — точка C. Докажите, что B, C и Q лежат на одной прямой.

6. В треугольнике ABC проведены медианы AA_1 и BB_1. Докажите, что если $\angle CAA_1 = \angle CBB_1$, то $AC = BC$.

7. На окружности даны точки A и B. Две точки C и D перемещаются по окружности так, что хорда CD остаётся постоянной. Найдите геометрическое место точек пересечения прямых AC и BD.

8. В окружности провели хорды MA и MB. Затем выбрали произвольную точку C и провели из неё хорды CP и CQ такие, что $CP \perp MA$, а $CQ \perp MB$. Докажите, что $PB \parallel AQ$.

9. На окружности даны точки A, B, C, D в указанном порядке. M — середина дуги AB. Обозначим точки пересечения хорд MC и MD с хордой AB через E и K. Докажите, что $KECD$ — вписанный четырёхугольник.

Ивлев Ф. А. *Кружок по геометрии, 8-й класс* *3 декабря 2016 г.*

Вписанные углы 2

1. В остроугольном треугольнике ABC высоты AA_1, BB_1 и CC_1 пересекаются в точке H. Докажите, что H — точка пересечения биссектрис треугольника $A_1B_1C_1$.

2. Две окружности пересекаются в точках P и Q. Через P проходит прямая AB, причём A лежит на первой окружности, а B — на второй. Через Q проходит прямая CD, причём C лежит на первой окружности, а D — на второй. Докажите, что $AC \parallel BD$.

3. Пусть O — центр описанной окружности треугольника ABC, а H — его ортоцентр. Докажите, что $\angle ABO = \angle CBH$.

4. Касательная в точке A к описанной окружности треугольника ABC пересекает прямую BC в точке E; AD — биссектриса треугольника ABC. Докажите, что $AE = ED$.

5. Даны окружности S_1, S_2 и S_3, проходящие через точку X. Вторая точка пересечения окружностей S_1 и S_2 — точка P, S_2 и S_3 — точка Q, S_3 и S_1 — точка R. На окружности S_1 выбрана произвольная точка A. Вторая точка пересечения прямой AP с S_2 — точка B, прямой AR с S_3 — точка C. Докажите, что B, C и Q лежат на одной прямой.

6. В треугольнике ABC проведены медианы AA_1 и BB_1. Докажите, что если $\angle CAA_1 = \angle CBB_1$, то $AC = BC$.

7. На окружности даны точки A и B. Две точки C и D перемещаются по окружности так, что хорда CD остаётся постоянной. Найдите геометрическое место точек пересечения прямых AC и BD.

8. В окружности провели хорды MA и MB. Затем выбрали произвольную точку C и провели из неё хорды CP и CQ такие, что $CP \perp MA$, а $CQ \perp MB$. Докажите, что $PB \parallel AQ$.

9. На окружности даны точки A, B, C, D в указанном порядке. M — середина дуги AB. Обозначим точки пересечения хорд MC и MD с хордой AB через E и K. Докажите, что $KECD$ — вписанный четырёхугольник.