

## Неравенство треугольника.

10 декабря 2016

### Сдаём устно

- Докажите, что в треугольнике  $ABC$  верно неравенство  $|AB - BC| < AC$ .
- Дан треугольник  $ABC$ .
  - На стороне  $BC$  отмечена точка  $D$ . Докажите, что  $AD + DC \leq AB + BC$ .
  - Внутри треугольника  $ABC$  отмечена точка  $D$ . Докажите, что  $AD + DC \leq AB + BC$ .
- Пусть  $a, b, c$  — длины сторон треугольника, а  $m_b$  — длина его медианы, проведенной к стороне  $b$ . Докажите, что  $m_b < \frac{a+c}{2}$ .
- Около железной дороги а) по одну сторону; б) по разные стороны расположены две деревни. В какой точке на железной дороге нужно построить станцию так, чтобы сумма расстояний до деревень была минимальной?
- Дан квадрат  $ABCD$  и произвольная точка  $O$ . Докажите, что  $OA < OB + OC + OD$ .
- На сторонах  $AB, BC, CD$  и  $DA$  квадрата  $ABCD$  отмечены точки  $K, L, M$  и  $N$  соответственно. Докажите, что периметр четырехугольника  $KLMN$  а) больше, чем  $2AB$ ; б) не меньше, чем  $2AC$ .
- На биссектрисе внешнего угла при вершине  $C$  треугольника  $ABC$  взята точка  $M$ . Докажите, что  $AC + CB < AM + MB$ .

### Сдаём письменно

- В равнобедренном треугольнике  $ABC$   $AB = AC$  и  $\angle A = 20^\circ$ . Докажите, что а)  $AB < 3BC$ ; б)  $AB > 2BC$ .
- Точка  $D$  — середина основания  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$ . Точка  $E$  — основание перпендикуляра, опущенного из точки  $D$  на сторону  $BC$ . Отрезки  $AE$  и  $BD$  пересекаются в точке  $F$ . Установите, какой из отрезков  $BF$  или  $BE$  длиннее.
- В четырехугольнике  $ABCD$  угол  $A$  тупой. Точка  $F$  — середина стороны  $BC$ . Докажите, что  $2AF < DB + DC$ .

## Неравенство треугольника.

10 декабря 2016

### Сдаём устно

- Докажите, что в треугольнике  $ABC$  верно неравенство  $|AB - BC| < AC$ .
- Дан треугольник  $ABC$ .
  - На стороне  $BC$  отмечена точка  $D$ . Докажите, что  $AD + DC \leq AB + BC$ .
  - Внутри треугольника  $ABC$  отмечена точка  $D$ . Докажите, что  $AD + DC \leq AB + BC$ .
- Пусть  $a, b, c$  — длины сторон треугольника, а  $m_b$  — длина его медианы, проведенной к стороне  $b$ . Докажите, что  $m_b < \frac{a+c}{2}$ .
- Около железной дороги а) по одну сторону; б) по разные стороны расположены две деревни. В какой точке на железной дороге нужно построить станцию так, чтобы сумма расстояний до деревень была минимальной?
- Дан квадрат  $ABCD$  и произвольная точка  $O$ . Докажите, что  $OA < OB + OC + OD$ .
- На сторонах  $AB, BC, CD$  и  $DA$  квадрата  $ABCD$  отмечены точки  $K, L, M$  и  $N$  соответственно. Докажите, что периметр четырехугольника  $KLMN$  а) больше, чем  $2AB$ ; б) не меньше, чем  $2AC$ .
- На биссектрисе внешнего угла при вершине  $C$  треугольника  $ABC$  взята точка  $M$ . Докажите, что  $AC + CB < AM + MB$ .

### Сдаём письменно

- В равнобедренном треугольнике  $ABC$   $AB = AC$  и  $\angle A = 20^\circ$ . Докажите, что а)  $AB < 3BC$ ; б)  $AB > 2BC$ .
- Точка  $D$  — середина основания  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$ . Точка  $E$  — основание перпендикуляра, опущенного из точки  $D$  на сторону  $BC$ . Отрезки  $AE$  и  $BD$  пересекаются в точке  $F$ . Установите, какой из отрезков  $BF$  или  $BE$  длиннее.
- В четырехугольнике  $ABCD$  угол  $A$  тупой. Точка  $F$  — середина стороны  $BC$ . Докажите, что  $2AF < DB + DC$ .