Арифметика остатков.

Над остатками при делении на натуральное число n можно проводить обычные арифметичесие операции. Например, их можно складывать, вычитать, умножать.

1. Составьте таблицы умножения остатков по модулю 5, 7, 9.

2. **a)** Докажите, что если фрагмент вашей таблички симметричен относительно некоторой диагонали (не обязательно главной в этом фрагменте), то эта диагоаль является фрагментом главной диагонали во всей таблице.

b) При каких n в таблице умножения остатков по модулю n может встретиться фрагмент

4	2
2	1

Теперь посмотрим, можно ли остатки делить. Для начала зафиксируем простое число p.

3. Для каких остатков a при делении на p существует такое число b, что ab сравнимо с 1 по модулю p? Если такое b существует, его называют *обратным* к a.

4. Тот же вопрос для остатков при делении на составное число.

5. Вычислите: 1/3 по модулю 5, 3/7 по модулю 11, 2/3 по модулю 9?

Теперь займемся возведением остатков в степень.

6. Существует ли такое натуральное число n, что $a^n = 1$ для любого натурального a, не равного нулю по модулю 5? по модулю 7? 10? 11? Чему оно равно?

7. Вычислите $4^{2017} \pmod 5$, $5^{10^6} \pmod 7$, $7^{100500} \pmod{17}$.