

Репетиция матпраздника.

1. Сережа вырезал из картона две одинаковые фигуры. Он положил их с нахлестом на дно прямоугольного ящика. Дно оказалось полностью покрыто. В центр дна вбили гвоздь. Мог ли гвоздь проткнуть одну картонку и не проткнуть другую?
2. Один угол треугольника равен 60° , а лежащая против этого угла сторона равна трети периметра треугольника. Докажите, что данный треугольник равносторонний.
3. Петя записал 25 чисел в клетки квадрата 5×5 . Известно, что их сумма равна 500. Вася может попросить его назвать сумму чисел в любой клетке и всех ее соседей по стороне. Может ли Вася за несколько таких вопросов узнать, какое число записано в центральной клетке?
4. Смешарики живут на берегах пруда в форме равностороннего треугольника со стороной 600 м. Крош и Бараш живут на одном берегу в 300 м друг от друга. Летом Лосяшу до Кроша идти 900 м, Барашу до Ньюши — тоже 900 м. Докажите, что зимой, когда пруд замерзнет и можно будет ходить прямо по льду, Лосяшу до Кроша снова будет идти столько же метров, сколько Барашу до Ньюши.
5. В справочнике «Магия для чайников» написано: Замените в слове ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕ одинаковые буквы на одинаковые цифры, а разные — на разные. Если полученное число окажется простым, случится настоящее землетрясение. Возможно ли таким образом устроить землетрясение?
6. На доске записаны два числа: 2014 и 2015. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За один ход можно — либо уменьшить одно из чисел на его ненулевую цифру или на ненулевую цифру другого числа; — либо разделить одно из чисел пополам, если оно четное. Выигрывает тот, кто первым напишет однозначное число. Кто из них может выиграть, как бы ни играл соперник? Опишите его стратегию и докажите, что она выигрышная.
7. Лиса Алиса и кот Базилио вырастили на дереве 20 фальшивых купюр и теперь вписывают в них семизначные номера. На каждой купюре есть 7 пустых клеток для цифр. Базилио называет по одной цифре «1» или «2» (других он не знает), а Алиса вписывает названную цифру в любую свободную клетку любой купюры и показывает результат Базилио. Когда все клетки заполнены, Базилио берет себе как можно больше купюр с разными номерами (из нескольких с одинаковым номером он берет лишь одну), а остаток забирает Алиса. Какое наибольшее количество купюр может получить Базилио, как бы ни действовала Алиса?
8. Победив Кащея, потребовал Иван золота, чтобы выкупить Василису у разбойников. Привел его Кащей в пещеру и сказал: «В сундуке лежат золотые слитки. Но просто так их унести нельзя: они заколдованы. Переложите себе в суму один или несколько. Потом я переложу из сумы в сундук один или несколько, но обязательно другое число. Так мы будем по очереди перекладывать их: ты в суму, я в сундук, каждый раз новое число. Когда новое перекладывание станет невозможным, сможешь унести свою суму со слитками». Какое наибольшее число слитков может унести Иван, как бы ни действовал Кащей, если в сундуке исходно лежит а) 13; б) 14 золотых слитков? Как ему это сделать?
9. а) Поросянок Наф-Наф придумал, как сложить параллелепипед из одинаковых кубиков и оклеить его тремя квадратами без щелей и наложений. Сделайте это и вы.
б) А может ли Наф-Наф добиться, чтобы при этом каждые два квадрата граничили друг с другом?
10. Вася постоял некоторое время на остановке. За это время проехал один автобус и два трамвая. Через некоторое время на эту же остановку пришел Шпион. Пока он там сидел, проехало 10 автобусов. Какое минимальное число трамваев могло проехать за это время? И автобусы, и трамваи ходят с равными интервалами, причем автобусы ходят с интервалом 1 час.