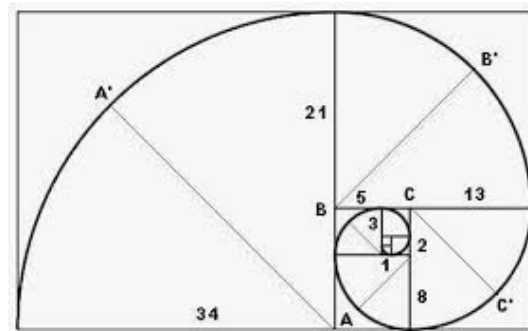


Закономерности последовательности Фибоначчи

Везде в этом листочке: $F_0=0, F_1=1, F_2=0...$

А еще мы рассматриваем и члены последовательности с отрицательными индексами.... Интересно как...

1. Докажите, что для любого n бесконечно много чисел Фибоначчи делится на n .



Учимся говорить

1. Вычислите периоды последовательности Фибоначчи по модулю n , где $n = 2, 3, 4, 5$.
2. Докажите формулы для чисел Фибоначчи: для любых натуральных s и t верно
 - a) $F_{s+t} = F_{s-1} F_t + F_s F_{t+1}$
 - b) $F_{s-t} = (-1)^t (F_s F_{t+1} - F_{s+1} F_t)$
3. Докажите, что все нули в последовательности Фибоначчи по модулю n находятся на равном расстоянии друг от друга.
4. Показать, что периоды последовательности Фибоначчи по модулю $n > 2$ всегда четны.
... Подсказка: воспользоваться формулой $F_{-t+1} = (-1)^t F_{t-1}$

Учимся писать

5. Докажите тождества:
 - a) $F_1 + F_2 + \dots + F_{n-1} = F_{n+1} - 1$
 - b) $F_1 + F_3 + \dots + F_{2n-1} = F_{2n}$
 - c) $F_1^2 + F_2^2 + \dots + F_n^2 = F_n F_{n+1}$
 - d) $F_{n+1} F_{n-1} - F_n^2 = (-1)^n$
6. Вычислите сумму $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{2}{1 \cdot 3} + \dots + \frac{F_n}{F_{n-1} \cdot F_{n+1}}$.