

## Идея поворота.

17 декабря 2016

0. На сторонах  $BC$  и  $CD$  квадрата  $ABCD$  взяты точки  $M$  и  $K$  соответственно, причем  $\angle BAM = \angle MAK$ . Докажите, что  $BM + KD = AK$ .

### Сдаём устно

1. Точка  $P$  лежит внутри правильного треугольника  $ABC$ , причём  $PA = 3$ ,  $PB = 4$ ,  $PC = 5$ . Докажите, что  $\angle APB = 150^\circ$ .

2. Дан равнобедренный прямоугольный треугольник  $ABC$ , на гипотенузе  $AB$  отмечены точки  $M$  и  $N$ . Докажите, что  $\angle MCN = 45^\circ$  тогда и только тогда когда  $AM^2 + BN^2 = MN^2$ .

3. Дан треугольник  $ABC$ . Пусть внутри него нашлась такая точка  $T$ , что  $\angle ATB = \angle BTC = \angle CTA$ . Для произвольной точки плоскости  $X$  рассмотрим величину  $AX + BX + CX$ . Докажите, что эта величина минимальна, когда  $X$  совпадает с  $T$ .

4. На отрезке  $AC$  отмечена точка  $B$ . Треугольники  $ABX$  и  $BCY$  — равносторонние и лежат в одной полуплоскости относительно прямой  $AC$ . Докажите, что точка  $B$  и середины отрезков  $AU$  и  $CX$  являются вершинами правильного треугольника.

### Сдаём письменно

5. Внутри правильного треугольника  $ABC$  лежит точка  $O$ . Известно, что  $\angle AOB = 110^\circ$ ,  $\angle BOC = 125^\circ$ . Найдите углы треугольника, стороны которого равны отрезкам  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$ .

6. На сторонах  $CB$  и  $CD$  квадрата  $ABCD$  взяты точки  $M$  и  $K$  так, что периметр треугольника  $CMK$  равен удвоенной стороне квадрата. Найдите величину угла  $MAK$ .

7. На сторонах  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  вовне построены квадраты  $ABXP$  и  $ACYQ$ . Докажите, что медиана  $AM$  треугольника  $ABC$  перпендикулярна  $PQ$ .

## Идея поворота.

17 декабря 2016

0. На сторонах  $BC$  и  $CD$  квадрата  $ABCD$  взяты точки  $M$  и  $K$  соответственно, причем  $\angle BAM = \angle MAK$ . Докажите, что  $BM + KD = AK$ .

### Сдаём устно

1. Точка  $P$  лежит внутри правильного треугольника  $ABC$ , причём  $PA = 3$ ,  $PB = 4$ ,  $PC = 5$ . Докажите, что  $\angle APB = 150^\circ$ .

2. Дан равнобедренный прямоугольный треугольник  $ABC$ , на гипотенузе  $AB$  отмечены точки  $M$  и  $N$ . Докажите, что  $\angle MCN = 45^\circ$  тогда и только тогда когда  $AM^2 + BN^2 = MN^2$ .

3. Дан треугольник  $ABC$ . Пусть внутри него нашлась такая точка  $T$ , что  $\angle ATB = \angle BTC = \angle CTA$ . Для произвольной точки плоскости  $X$  рассмотрим величину  $AX + BX + CX$ . Докажите, что эта величина минимальна, когда  $X$  совпадает с  $T$ .

4. На отрезке  $AC$  отмечена точка  $B$ . Треугольники  $ABX$  и  $BCY$  — равносторонние и лежат в одной полуплоскости относительно прямой  $AC$ . Докажите, что точка  $B$  и середины отрезков  $AU$  и  $CX$  являются вершинами правильного треугольника.

### Сдаём письменно

5. Внутри правильного треугольника  $ABC$  лежит точка  $O$ . Известно, что  $\angle AOB = 110^\circ$ ,  $\angle BOC = 125^\circ$ . Найдите углы треугольника, стороны которого равны отрезкам  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$ .

6. На сторонах  $CB$  и  $CD$  квадрата  $ABCD$  взяты точки  $M$  и  $K$  так, что периметр треугольника  $CMK$  равен удвоенной стороне квадрата. Найдите величину угла  $MAK$ .

7. На сторонах  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  вовне построены квадраты  $ABXP$  и  $ACYQ$ . Докажите, что медиана  $AM$  треугольника  $ABC$  перпендикулярна  $PQ$ .