Разнобой. Разбор письменного задания.

3. Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и P (радиусы окружностей различны). В точке A к окружности ω_1 проведена касательная, пересекающая (вторично) ω_2 в точке B. Через точку p проведена прямая, параллельная AB, пересекающая ω_2 в точке C и ω_1 в точке D. Докажите, что $ABCD$ — параллелограмм.

Пусть M - произвольная точка на продолжении BA за точку A. Тогда $\angle MAD = \angle APD$ (как вписанный и угол между касательной и хордой в ω_1, опирающиеся на одну дугу). $\angle APC = \angle ABC$ (как вписанные в ω_2, опирающиеся на одну дугу). Значит, $\angle MAD = \angle ABC \Rightarrow AD \parallel BC$. По условию $AB \parallel CD \Rightarrow ABCD$ - параллелограмм.

Важно: Это решение не вполне сторогое, потому что точки на рисунке могут располагаться по-разному. Например, решение опирается на то, что точки C и B лежат по разные стороны от прямой AP. Но они могут и по одну сторону, и тогда уже $\angle APC = 180° - \angle ABC$.

На самом деле большой разницы между этими случаями нет. Решение можно легко строгим, если использовать так называемые *направленные углы*.