

ТЧ Добавка.

Учимся говорить.

1. Решите уравнение $a^b - c^d = 1$ (a, b, c, d — натуральные числа).
2. Докажите, что уравнение $x^2 + y^2 = z^n$ имеет целочисленное решение при любом натуральном n .
3. а) Можно ли переставить цифры в числе 5^k так, чтобы получилось число 5^m ($k \neq m$)?
б) Тот же вопрос для 2^k и 2^m ($k \neq m$).
4. Пусть a и b — взаимно простые натуральные числа. Доказать, что существуют натуральные m, n , такие что $a^n + b^m \equiv_{ab} 1$.
5. Для каких натуральных n верно такое обобщение теоремы Вильсона: произведение всех натуральных чисел, меньших n и взаимно простых с n , сравнимо с -1 по модулю n ?
 - а) Доказать, что это произведение сравнимо с 1 или -1 по модулю n .
 - б) Доказать, что для $n = p^\alpha$ (α — натуральное, p — простое, большее двух) это произведение сравнимо с -1 по модулю n .
 - в) Доказать, что для $n = 2p^\alpha$ (α — натуральное, p — простое, большее двух) это произведение сравнимо с -1 по модулю n .
 - д) Доказать, что для $n = p_1 p_2$ (p_1, p_2 — различные простые, большие двух) это произведение сравнимо с 1 по модулю n .
 - е) Для каких n это произведение сравнимо с -1 по модулю n .

Учимся писать.

6. $x^2 + y^2 - 1$ делится на $x + y - 1$. Доказать, что $x + y - 1$ не является простым.
7. Решите уравнение $2^b - c^d = 1$ (b, c, d — натуральные).