Симметрия и не только.

1. Дана M-образная ломаная $ABCDE$. Известно, что $AB = BC = CD = DE$, $\angle ABC = \angle CDE$, K — середина BD. Докажите, что $AK = EK$.

Учимся говорить.

1. На сторонах угла с вершиной O взяты точки A_1, A_2 и B_1, B_2 такие, что $OA_1 = OB_1$, $OA_2 = OB_2$. Отрезки A_1B_2 и A_2B_1 пересекаются в точке C. Докажите, что точка C лежит на биссектрисе.

2. Из точек A и B, лежащих на разных сторонах угла, восстановлены перпендикуляры к сторонам, пересекающие биссектрису угла в точках C и D. Докажите, что середина отрезка CD равноудалена от точек A и B.

3. В треугольнике ABC на стороне AB отмечена точка D. Найдите такие точки E и F на сторонах BC и CA, чтобы периметр треугольника EDF был минимален.

4. В прямоугольнике $ABCD$ точка M — середина стороны BC, точка N — середина стороны CD, P — точка пересечения отрезков DM и BN. Докажите, что $\angle MAN = \angle BPM$.

5. Внутри острого угла даны точки M и N. Как из точки M направить луч света, чтобы он, отразившись последовательно от сторон угла, попал в точку N?

6. Внутри острого угла XOY взяты точки M и N, причем $\angle XON = \angle YOM$. На луче OX отмечена точка Q так, что $\angle NQO = \angle MQX$, а на луче OY — точка P так, что $\angle NPO = \angle MPY$. Докажите, что длины ломаных MPN и MQN равны.

Учимся писать.

7. В треугольнике ABC угол A равен 60°. На лучах BA и CA отложены отрезки BX и CY, равные стороне BC. Докажите, что прямая XY проходит через точку пересечения биссектрис треугольника ABC.

8. В треугольнике ABC стороны AB и BC равны. Точка D внутри треугольника такова, что $\angle ADC = 2\angle ABC$. Докажите, что удвоенное расстояние от точки B до прямой, делящей пополам углы, смежные с углом ADC, равно $AD + DC$.