

Закономерности последовательности Фибоначчи.

Везде в этом листочке: $F_0 = 0$, $F_1 = 1$, $F_2 = 1$...

А еще мы рассматриваем и члены последовательности с отрицательными индексами.... Интересно как...

1. Докажите, что для любого n бесконечно много чисел Фибоначчи делится на n .

Учимся говорить.

1. Вычислите периоды последовательности Фибоначчи по модулю n , где $n = 2, 3, 4, 5$.
2. Докажите, что для любых натуральных s и t выполнены тождества:
 - а) $F_{s+t} = F_{s-1}F_t + F_sF_{t+1}$;
 - б) $F_{s-t} = (-1)^t(F_sF_{t+1} - F_{s+1}F_t)$.
3. Докажите, что все нули в последовательности Фибоначчи по модулю n находятся на равном расстоянии друг от друга.
4. Показать, что периоды последовательности Фибоначчи по модулю $n > 2$ всегда четны.
... Подсказка: воспользоваться формулой $F_{-t+1} = (-1)^t F_{t-1}$

Учимся писать.

5. Докажите тождества:
 - а) $F_1 + F_2 + \dots + F_{n-1} = F_{n+1} - 1$;
 - б) $F_1 + F_3 + \dots + F_{2n-1} = F_{2n}$;
 - в) $F_1^2 + F_2^2 + \dots + F_n^2 = F_n F_{n+1}$;
 - д) $F_{n+1}F_{n-1} - F_n^2 = (-1)^n$
6. Вычислите сумму $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{2}{1 \cdot 3} + \dots + \frac{F_n}{F_{n-1} \cdot F_{n+1}}$.