Deja Vu.

Эффект дежавю не является признаком психического расстройства, но зачастую бывает результатом простого совпадения места, времени суток и иных факторов, повторяющих происходившие в прошлом события.

1. Докажите, что сумма двух периодических числовых последовательностей — периодическая последовательность.

2. Может ли сумма двух последовательностей с предпериодами быть периодической без предпериода?

3. **a)** Существует ли непериодическая последовательность из единиц и двоек?

b) Существует ли непериодическая последовательность из единиц и двоек, где нет трех одинаковых цифр подряд?

4. Пусть F_n — последовательность Фибоначчи ($F_1 = F_2 = 1, F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$).

a) Докажите, что последовательность последних цифр последовательности F_n периодична. Найдите период.

b) ***Периодическая ли последовательность цифр в последовательности Фибоначчи?

Учимся говорить.

1. Пусть N и M являются периодами некоторой последовательности.

a) Докажите, что $N + M$ и $N - M$ также являются периодами этой последовательности.

b) Докажите, что НОД(N, M) тоже является периодом этой последовательности.

2. Будет ли периодической следующая последовательность цифр 1234567891011...?

3. В алфавите людоедского племени 10 букв: А, Е, Ё, И, О, У, Ы, Э, Ю, Я. Людоедские шпионы обмениваются зашифрованными сообщениями. Алгоритм шифрования заменяет каждую из 10 людоедских букв на какую-то другую букву, причём разные заменяются на разные

a) Докажите, что после нескольких применений этого алгоритма мы вернёмся к исходному тексту

b) Мы не знаем правило замены, но у нас есть зашифрованный текст и программа, реализующая алгоритм шифрования. Программу можно запускать любое число раз. Какое наименьшее число раз нужно запустить эту программу, чтобы наверняка прочитать расшифрованное сообщение?

c) Слово АИУЭО после однократного применения алгоритма шифрования превратилось в ЁЭИОЯ. Может ли оно после еще нескольких применений этого же алгоритма превратиться в слово АУЮИЭ? Если может, то через сколько (укажите все варианты)?

4. Пусть F_n — последовательность Фибоначчи ($F_1 = F_2 = 1, F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$).

a) Докажите, что последовательность остатков, получаемых при делении чисел последовательности Фибоначчи на любое натуральное n, будет периодической.

b) Докажите, что последовательность остатков из пункта а) чисто периодическая (без предпериода)

5. Дана бесконечная последовательность, такая что, для каждого её члена существует такое число k, что все члены последовательность, начиная с этого члена, с шагом k равны. Обязательно ли такая последовательность периодична?

6. Рассмотрим последовательность, состоящую из символов «A» и «B», определяемую следующим правилом: первые два символа «AB», а каждый следующий получается путем приписывания справа инвертированного (каждая буква «A» заменена на букву «B» и каждая буква «B» заменена на букву «A») начального куска последовательности: $ABBABAABBAABABBA$...

7. Пусть $f_1 = "1"$ и $f_2 = "0"$. Определим $f_n = f_{n-1}f_{n-2}$. Получим: $f_1 = "1"$, $f_2 = "0"$, $f_3 = "01"$, $f_4 = "010"$, $f_5 = "01001"$, $f_6 = "01001010"$, $f_7 = "0100101001001"$... По такому алгоритму получим *бесконечное слово Фибоначчи.*

Учимся писать.

8. Периоды двух последовательностей — 7 и 13. Какова максимальная длина начального куска, который может у них совпадать?

9. Последовательность периодична с периодом 7. В ней оставлены только 1-й, 10-й, 100-й, 1000-й и т.д. члены. Докажите, что полученная последовательность – периодична.

10. Пусть F_n — последовательность Фибоначчи. Докажите, что в последовательности найдется число кратное 2016.