

Информация и алгоритмы

Учимся говорить.

1. Двум мудрецам надевают по колпаку синего или красного цвета. Каждый из мудрецов видит цвет колпака соседа, а свой не видит. Они одновременно говорят цвет своего колпака и если хотя бы один будет прав, то они выигрывают. Могут ли они заранее договориться так, что гарантируют себе победу?
2. а) По кругу расставлено n чисел. Нам сообщили суммы пар соседних чисел (всего n сумм). При каких n мы можем однозначно определить все числа?
б) Вася записал у себя в тетрадке 100 целых чисел a_1, a_2, \dots, a_{100} , а Петя пытается их узнать. За один вопрос он может назвать два числа i и j , а Вася скажет ему сумму $a_i + a_j$. За какое наименьшее количество вопросов Петя сможет гарантированно узнать все 100 чисел?
3. В комнате 12 человек, некоторые из них честные, то есть всегда говорят правду, остальные всегда лгут. “Здесь нет ни одного честного человека”, — сказал первый. “Здесь не более одного честного человека”, — сказал второй. Третий сказал, что честных не более двух, четвёртый — что не более трёх, и так далее до двенадцатого, который сказал, что честных людей не более одиннадцати. Сколько честных людей в комнате на самом деле?
4. Среди n внешне одинаковых монет $n - 1$ настоящих, весящих по 20 г, и одна фальшивая, весящая 21 г. Имеются чашечные весы, которые оказываются в равновесии, если груз на правой их чашке ровно вдвое тяжелее, чем на левой. (Если груз на правой чашке меньше, чем удвоенный груз на левой, то перевешивает левая чашка, если больше, то правая.)
а) Чему равняется $\max n$ такое, что фальшивую можно определить за 2 взвешивания?
б) За 3?
5. Буратино ходит по улицам города, на одном из перекрёстков которого зарыт клад. На каждом перекрёстке ему по радио сообщают, приблизился он к кладу или удалился (по сравнению с предыдущим перекрёстком). Радио либо всегда говорит правду, либо всегда лжёт (но Буратино не знает, лжёт оно или нет). Сможет ли Буратино точно узнать, где закопан клад, если план города имеет вид:

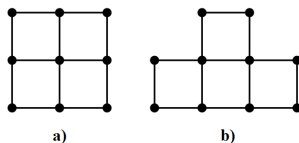


Рис. 1: к задаче 5.

6. На столе стоят 1000 коробочки, в каждой из которых лежит по одному шарик. Известно, что некоторые из шариков — белые, и их количество чётно. Разрешается указать на любые две коробочки и спросить, есть ли в них хотя бы один белый шарик. За какое наименьшее количество вопросов можно гарантированно определить какие-нибудь две коробочки, в которых лежат белые шарики?