# Серия 21. Комбинаторика.

**189.** Клетки доски $8\times 8$ раскрашены в шахматном порядке. Одним ходом разрешается перекрасить любую клетку в цвет одной из соседних с ней клеток. Можно ли с помощью таких перекрашиваний изменить цвет всех клеток на противоположный? (Соседними считаются клетки, имеющие общую сторону.)

**190.** . В ряду из 2009 гирек вес каждой гирьки составляет целое число граммов и не превышает 1 кг. Веса любых двух соседних гирек отличаются ровно на 1 г, а общий вес всех гирь в граммах является чётным числом. Докажите, что гирьки можно разделить на две кучки, суммы весов в которых равны.

**191 .** На доску выписаны 2011 чисел. Оказалось, что сумма любых трех выписанных чисел также является выписанным числом. Какое наименьшее количество нулей может быть среди этих чисел?

**192.** Числа от 1 до 100 выписали в строку в некотором порядке. Докажите, что найдутся два рядом стоящих числа, сумма которых больше 50, но меньше 150.

**193.** Каждая точка трехмерного пространства окрашена в черный или белый цвет. Верно ли, что найдется равносторонний треугольник с одноцветными вершинами и стороной, равной 1?

**194.** Двое играющих по очереди красят клетки квадрата $8\times 8$. За один ход игрок красит своим цветом одну клетку. Перекрашивать клетки нельзя. Первый стремится закрасить своим цветом квадрат $2\times 2$. Может ли второй помешать первому независимо от его игры?

**195.** Множество натуральных чисел разбито на 2002 бесконечные попарно не пересекающиеся арифметические прогрессии. Верно ли, что у каждой из этих прогрессий разность прогрессии не меньше первого члена прогрессии?

**196.** В компании из 2004 человек некоторые знакомы между собой. Известно, что два человека дружат, если они знакомы и у них есть общий знакомый. Назовем человека необщительным, если у него нет друзей. Назовем человека *странным*, если он имеет в этой компании 1003 знакомых, но при этом необщительный. Какое максимальное число странных людей может быть в этой компании?

**197.** В турнире по футболу, проведенному среди 20 команд из разных городов, каждая команда провела одну встречу дома и не более двух встреч на выезде. Докажите, что можно было так составить расписание игр, чтобы каждая команда играла не более одной игры дома и весь турнир прошел бы за три дня.

**198.** В лагерь приехали $n\geq 9$ школьников. Известно, что любую группу из 6 школьников можно расселить по двум трехместным комнатам так, что в каждой комнате все школьники знакомы между собой. Какое наименьшее число пар знакомых могло быть среди школьников?

**199.** На плоскости расположено бесконечное множество $L$ прямых, никакие две из которых не параллельны. Известно, что, как бы ни расположить на плоскости квадрат со стороной 1, он будет пересекаться хотя бы с одной прямой множества $L$. Докажите, что найдется квадрат со стороной $0,8$, который пересекается не менее чем с тремя прямыми множества $L$.