Серия 19. Геометрия.

169. Точки M и N – середины сторон выпуклого четырёхугольника $ABCD$. На сторонах AD и BC выбраны точки X и Y так, что $XD = 3AX$ и $YC = 3BY$. Оказалось, что $\angle MXA = \angle MYB = 90°$. Докажите, что $\angle XMN = \angle ABC$.

170. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = AC$) отмечены середины X и Y сторон AC и AB соответственно. Точка Z – основание перпендикуляра из точки B на прямую CY. Докажите, что центр описанной окружности треугольника XYZ лежит на прямой AC.

171. I – центр вписанной окружности треугольника ABC. Окружность, проходящая через I, касается сторон AB и AC в точках X и Y соответственно. Докажите,что отрезок XY касается вписанной в треугольник ABC окружности.

172. Дан выпуклый четыр1хугольник $ABCD$ такой, что $\angle ABC = 90°$, $AC = CD$ и $\angle BCA = \angle ACD$. Точка F – середина отрезка AD. Отрезки BF и AC пересекаются в точке L. Докажите, что $BC = CL$.

173. На биссектрисе угла A треугольника ABC внутри треугольника нашлась такая точка L, что $\angle LBC = \angle LCA = \angle LAB$. Докажите, что длины сторон треугольника образуют геометрическую прогрессию.

174. дан вписанный четырёхугольник $ABCD$ такой, что $\angle ABC + \angle ABD = 90°$. На диагонали BD отмечена точка такая, что $BE = AD$. из неё на сторону AB опущен перпендикуляр EF. Докажите, что $CD + EF < AC$.

175. Улицы Москвы представляют из себя несколько концентрических окружностей (кольцевых шоссе) и несколько радиальных проспектов, проведённых из центра O к самому внешнему кольцу. Перекрёстки A и B расположены на внешнем кольце. Трое друзей собираются проехать из A в B: Дима – по внешнему кольцу, Костя – сначала по проспекту AO, затем по проспекту OB; Сергей же утверждает, что знает путь короче, чем оба предыдущих. Докажите, что он ошибается.

176. В шестиугольнике $ABCDEF$ $AB = BC$, $CD = DE$, $EF = FA$ и $\angle A = \angle C = \angle E$. Докажите, что главные диагонали шестиугольника пересекаются в одной точке.

177. Четырехугольник $ABCD$ описан около окружности. Докажите, что радиус этой окружности меньше суммы радиусов окружностей, вписанных в треугольники ABC и ACD .

178. Точки A', B', C' – основания высот остроугольного треугольника ABC. Окружность с центром B и радиусом BB' пересекает прямую $A'C'$ в точках K и L (точки K и A лежат по одну сторону от BB'). Докажите, что точка пересечения прямых AK и CL лежит на прямой BO, где O – центр описанной окружности треугольника ABC.