# Серия 4. О расстановке в каком-то порядке.

**27.** а) Докажите, что среди любых 2017 целых чисел можно выбрать несколько, сумма которых делится на 2017.

б) Среди 2016 целых чисел никакая сумма нескольких из них не делится на 2017. Докажите, что все числа дают одинаковый остаток.

**28.** Дано множество из $n$ целых чисел. Пусть $A_k$ — количество упорядоченных наборов размера $k$, сумма в которых делится на $n$. Докажите, что $\sum_{k=1}^{n}(n-k+1)!A_k \geqslant n!$.

**29.**а) В множестве из $n$ элементов выбрали несколько подмножеств. Пусть $A_k$ — количество выбранных подмножеств из $k$ элементов. Оказалось, что из выбранных множеств нельзя выбрать два так, чтобы одно из них содержало другое. Докажите, что $\sum k!(n-k)!A_k \leqslant n!$.

б) Докажите, что общее количество выбранных множеств не больше, чем $C_n^{[\frac{n}{2}]}$.

**30.** Пусть $S = \{x_1, x_2, \ldots, x_{k+\ell}\}$ — множество из $(k+\ell)$ действительных чисел из отрезка $[0,1]$ $(k, \ell \geq 1)$. Назовем $k$-элементное подмножество $A \subset S$ *удачным*, если

$$\left| \frac{1}{k} \sum_{x_i \in A} x_i - \frac{1}{\ell} \sum_{x_j \in S \setminus A} x_j \right| \leq \frac{k+\ell}{2k\ell}.$$

Докажите, что количество удачных подмножеств не меньше, чем $\dfrac{2}{k+\ell} C_{k+\ell}^{k}$.

**31.** Дано семейство $k$-элементных подмножеств $n$-элементного множества, причём $n > 2k$. Оказалось, что любые два подмножества пересекаются. Какое наибольшее число подмножеств могло быть выбрано?